部分識別とその応用:
処置効果を中心に

奥村綱雄

横浜国立大学

日本経済学会春季大会2015　チュートリアルセッション

「不等式制約に基づくパラメータの集合推定とその応用」

報告資料: http://stat.econ.osaka-u.ac.jp/~suryo/

予定

1. 部分識別とは
2. 識別問題と部分識別
3. 何も仮定しないときのバウンド (Manski 1989,1990)
4. 増加関数（単調関数）の仮定の下でのバウンド (Manski 1997)
5. 増加関数と単調処置変数の仮定の下でのバウンド (Manski and Pepper 2000)
6. 凹増加関数と単調処置変数の仮定の下でのバウンド (Okumura and Usui 2014)
7. 実証研究例 Kreider et al. (2012), Blundell et al. (2007)

- 奥村綱雄「部分識別入門」第1回ー第6回, 『経済セミナー 2015年4・5月号ー2016年2・3月号』 日本評論社

部分識別(Partial Identification)とは

- Charles F. Manski　部分識別を創始(1989）
- 「対象であるパラメータについて、データのみから何が識別できるか？

  その上で、信頼できる弱い仮定を課したときに

  何が識別できるか？」
- 識別問題
  - 伝統的計量経済学：
    - パラメータを完全に識別できる（点識別）か、識別不可能（過小識別）か
  - 部分識別：
    - パラメータを入りうるバウンドとして識別

部分識別とは

伝統的方法　　　**点識別**（完全に識別）

$$y_j = a + bt_j + u_j, \quad \mathrm{E}[u|t] = 0, \ \ (j = 1, \ldots, n)$$

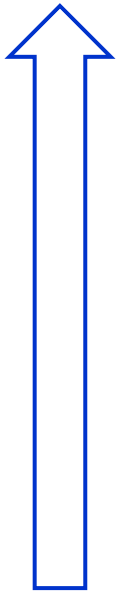
仮定を弱める

関数形の仮定を弱める
- セミパラメトリック
- ノンパラメトリック

独立の仮定を弱める
- ランダム化実験
- コントロール変数、
- マッチング法、傾向スコア法
- 操作変数法

部分識別とは

部分識別



何も仮定しないとき、データのみから何が識別できるか

点識別では識別不可能(識別問題) → 入りうるバウンドとして識別

部分識別とは

部分識別

仮定を加える

信頼できる弱い仮定、不等式制約の仮定

増加（減少）関数、単調処置選択

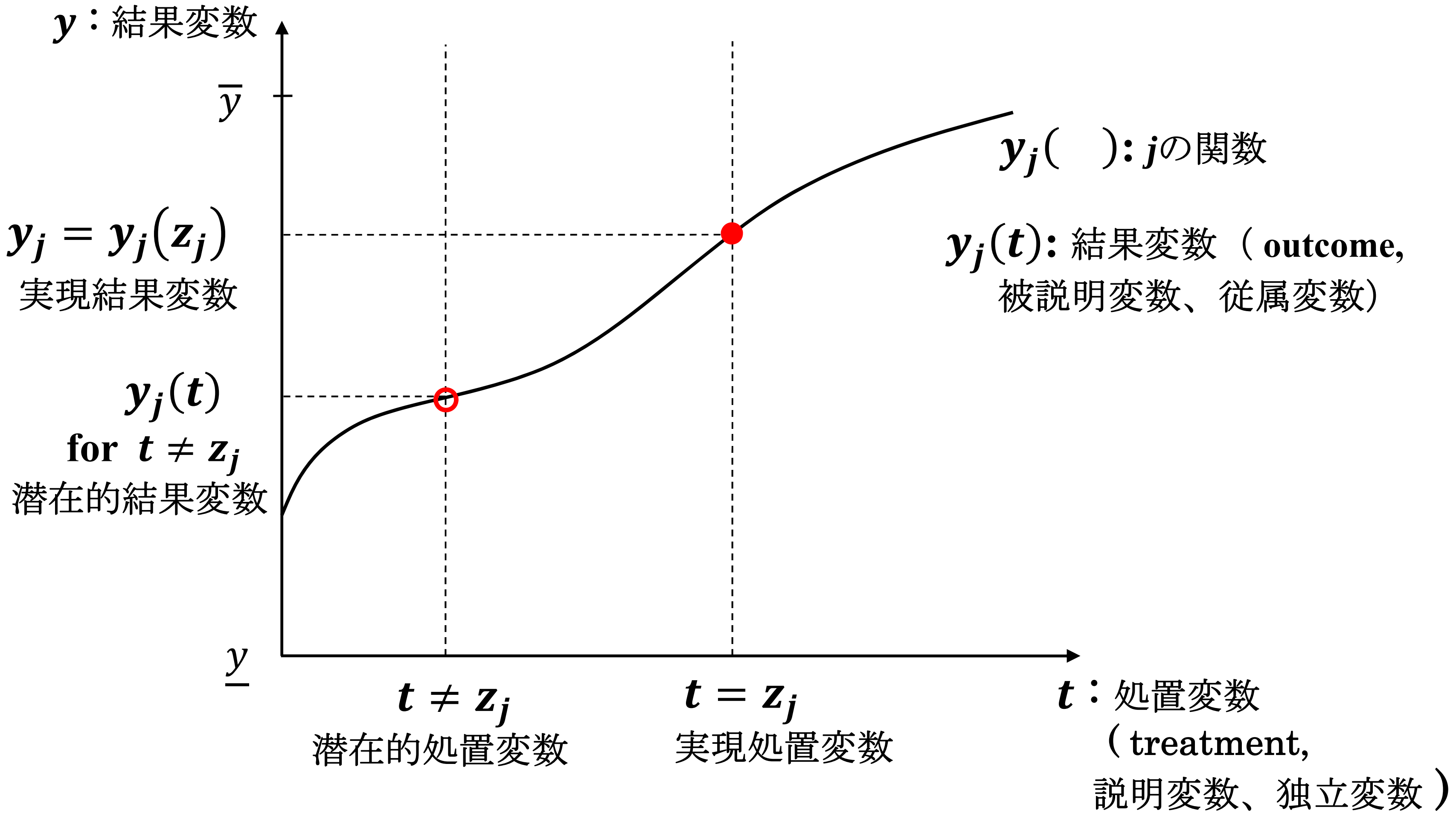
不完備モデル

その結果、

(1) 識別問題の解決、(2) 不等式制約モデル、(3) 各仮定の識別力

何も仮定しないとき、データのみから何が識別できるか

用語の解説 （処置効果、因果効果）

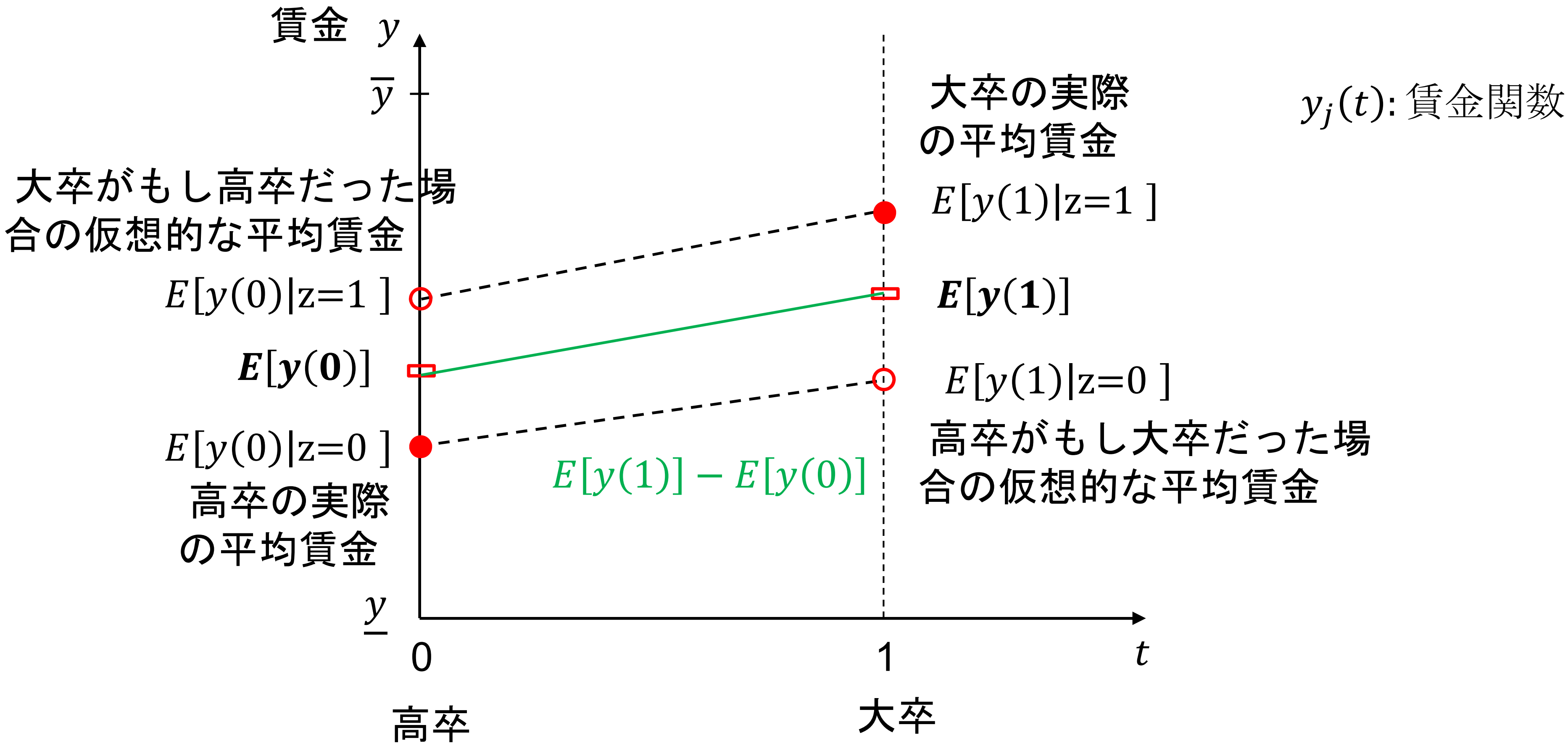


データ$\{(z_j, y_j)\}_{j=1}^{J}$と仮定より、

目的：$E[y(t)]$、$E[y(t_2)] - E[y(t_1)]$、$P[y(t)]$を識別

結果変数（関数）の期待値、平均処置効果（因果効果）、分布（所得分布）

識別問題 $\boldsymbol{E[y(t)]}$



$\boldsymbol{E[y(0)]}$：全員が高卒のときの平均賃金

$\boldsymbol{E[y(1)]}$：全員が大卒のときの平均賃金

$\boldsymbol{E[y(1)]-E[y(0)]}$: 平均処置効果(Average Treatment Effect)

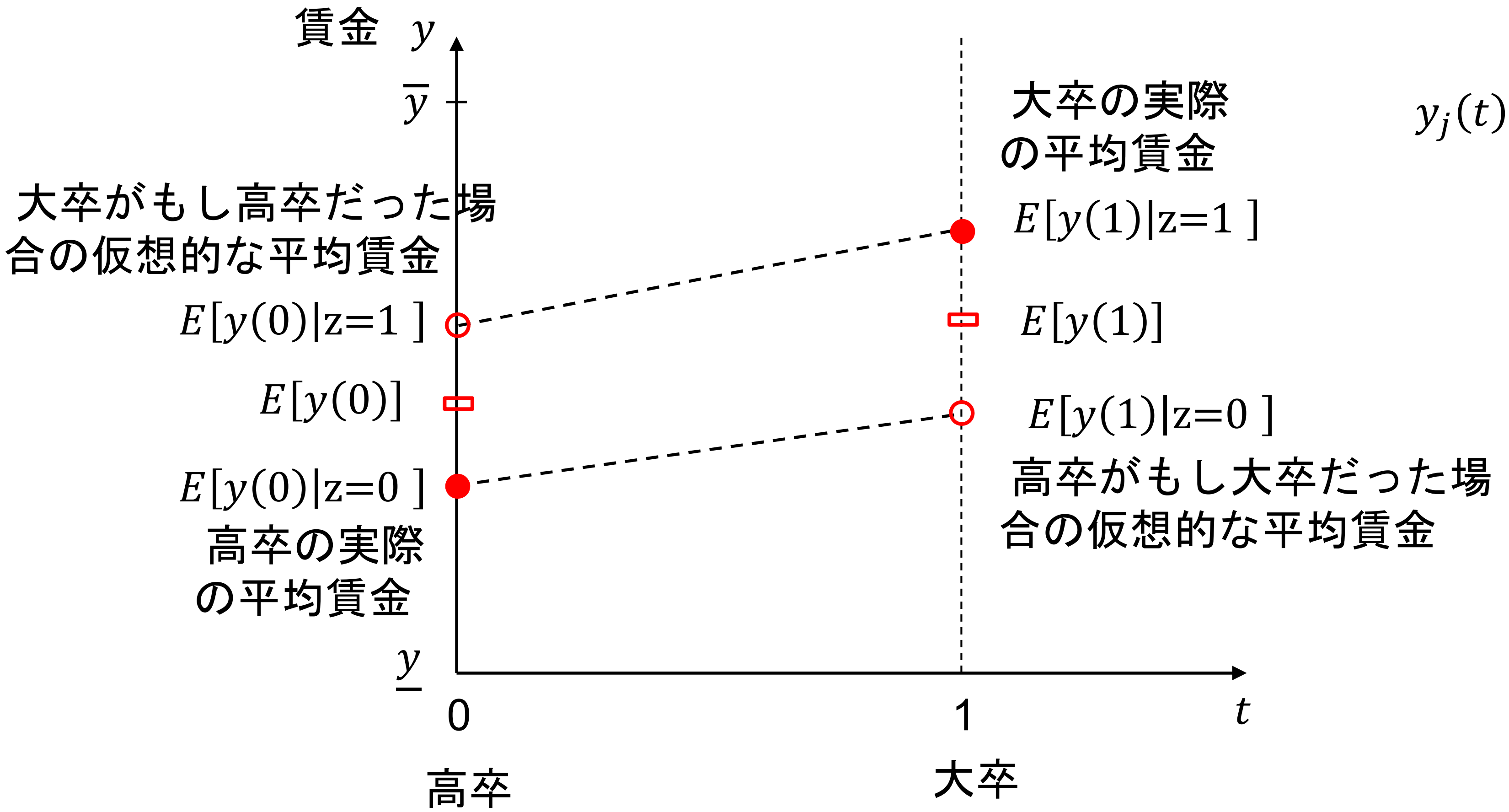
教育のリターン

因果効果

政策（プログラム）評価

識別問題 $\boldsymbol{E[y(t)]}$

$y_j(t)$: 賃金関数



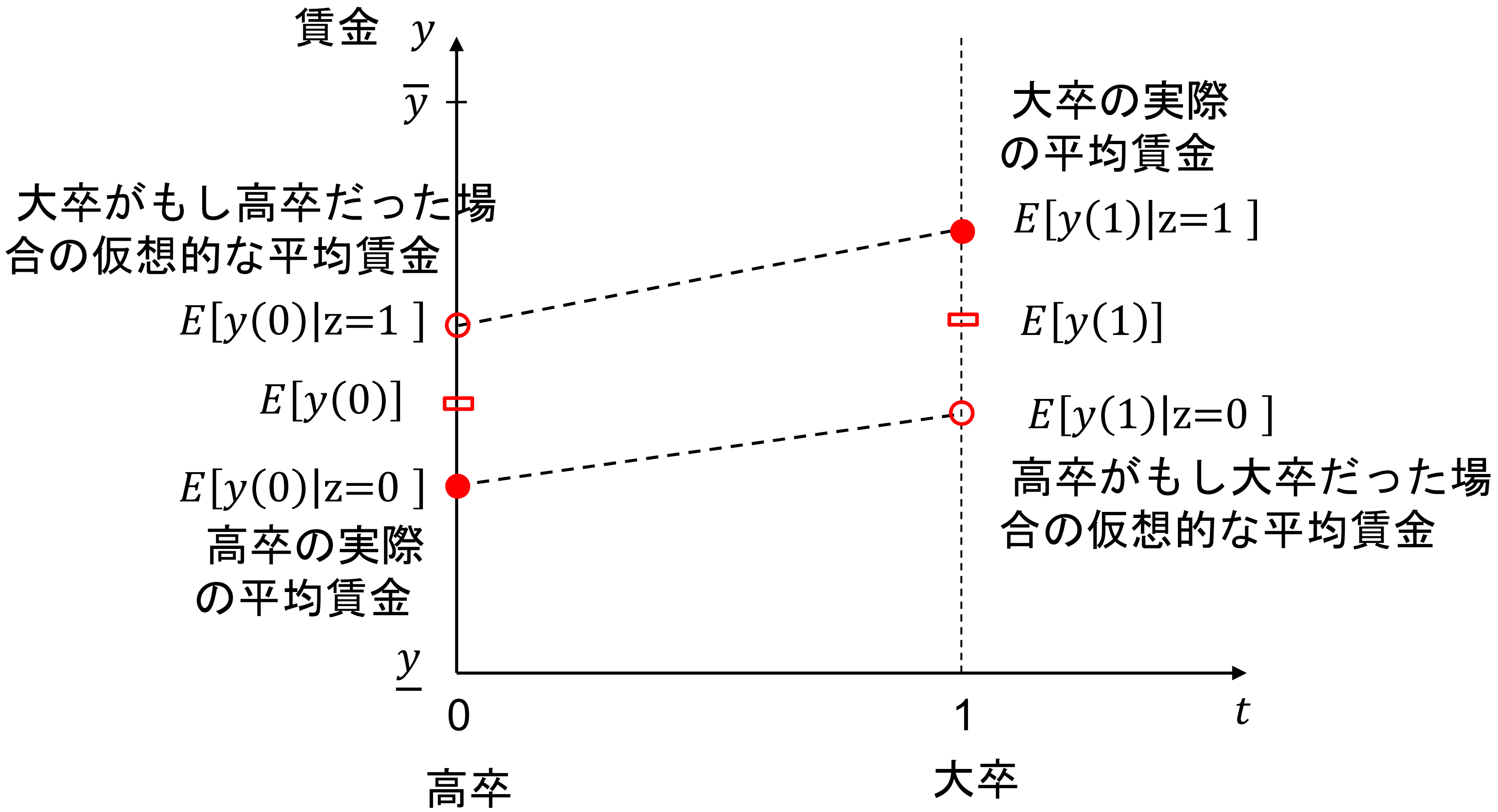
$$\boldsymbol{E[y(1)]} = E[y(1)|z=1]P(z=1) + E[y(1)|z=0]P(z=0)$$

大卒の平均賃金　大卒の人口比率　仮想的平均賃金　高卒の人口比率

識別できない　**観測されない**

$$\boldsymbol{E[y(t)]} = E[y(t)|z=t]P(z=t) + E[y(t)|z\neq t]P(z\neq t)$$

識別問題 $E[y(t)]$に対する伝統的（点識別の）方法

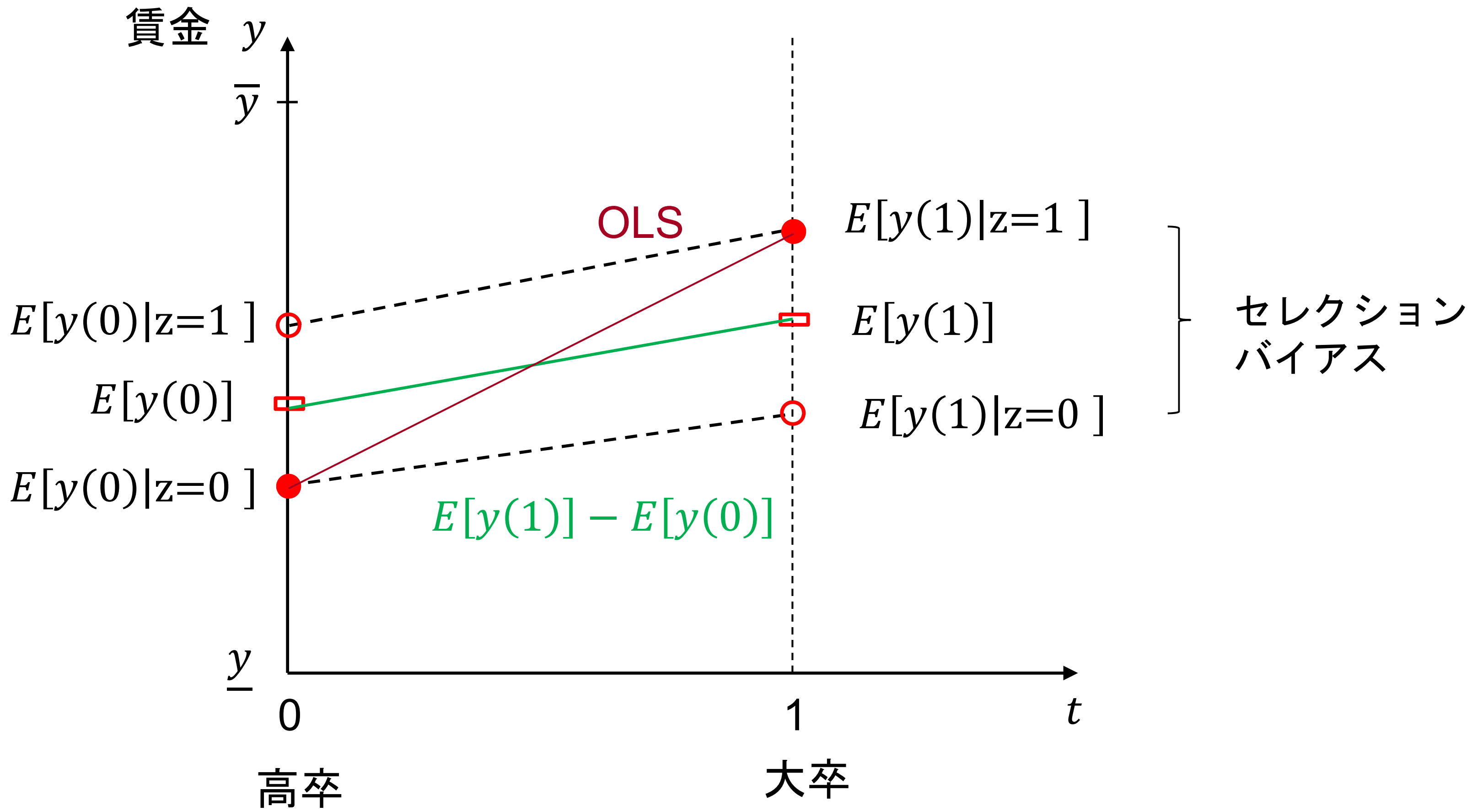


(平均) 独立の仮定：$E[y(t)|z \neq t] = E[y(t)|z = t]$ $\Longrightarrow$

$$\boldsymbol{E}[\boldsymbol{y}(\boldsymbol{t})] = E[y(t)|z = t]P(z = t) + E[y(t)|z \neq t]P(z \neq t)$$

$$= E[y(t)|z = t]$$

識別問題 $\boldsymbol{E[y(1)] - E[y(0)]}$に対する伝統的（点識別の）方法



（平均）独立の仮定：$E[y(t)|z \neq t] = E[y(t)|z = t] \quad \Longrightarrow$

$$\boldsymbol{E[y(1)] - E[y(0)]} = E[y(1)|z = 1] - E[y(0)|z = 0]$$

識別問題 $E[y(1)] - E[y(0)]$に対する伝統的（点識別の）方法

経済の問題では、独立の仮定は成立しない。

自己選択問題（セレクションバイアス）。

よって、

1. 独立の仮定が成立する状況を人工的に創出

   ランダム化実験

2. 条件付き独立の仮定 $E[y(t)|z \neq t, v] = E[y(t)|z = t, v]$

   コントロール変数法、マッチング法、

   傾向スコア法

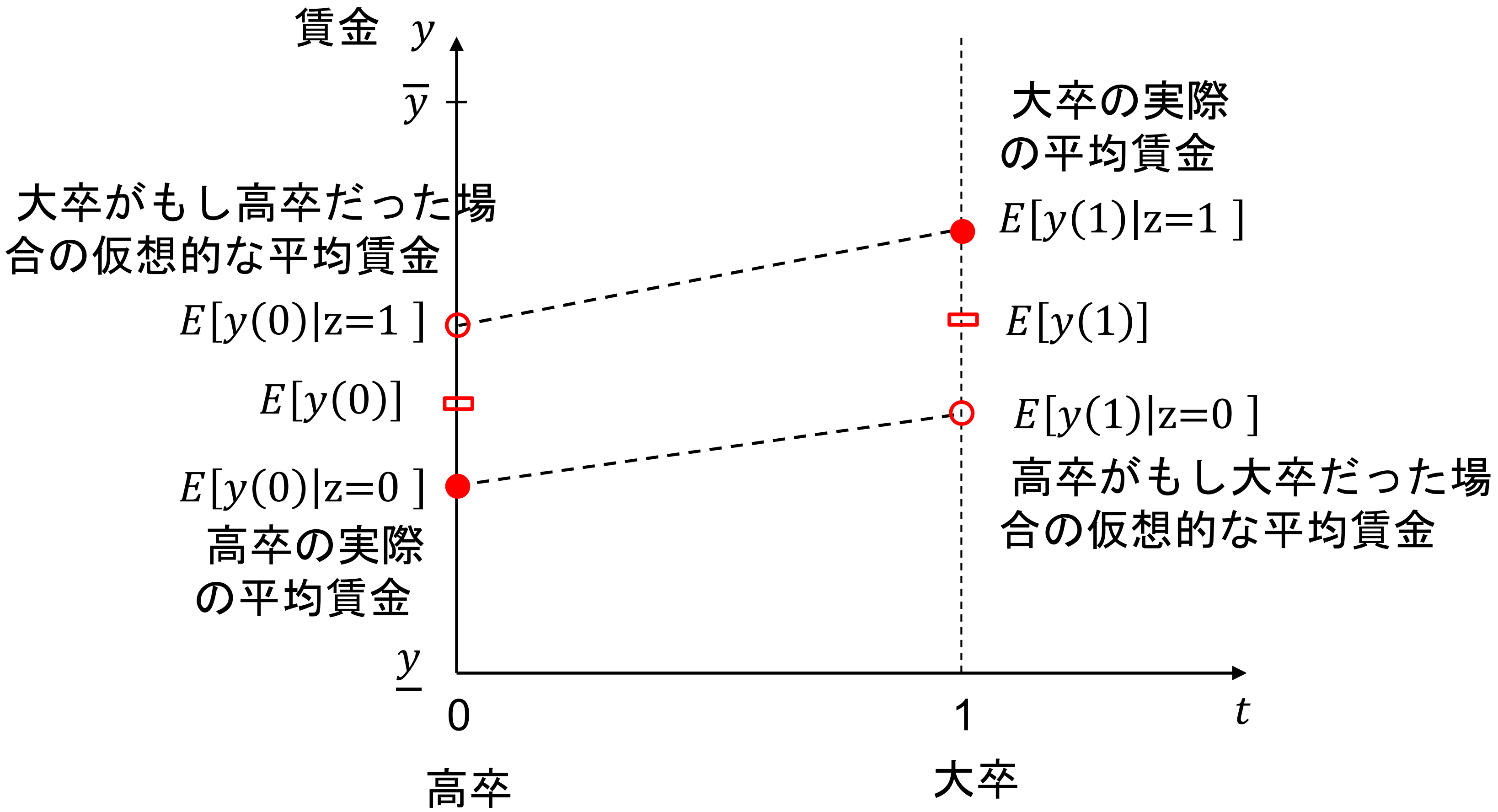
$$\begin{tikzcd} t \arrow[rr] & & y(t) \\ & v \arrow[ul] \arrow[ur] & \end{tikzcd}$$

3. 操作変数を通して独立の仮定が成立

   操作変数法

$$\begin{tikzcd} t \arrow[r] & y(t) \\ v \arrow[u] & \end{tikzcd}$$

識別問題に対する部分識別の方法



$$\boldsymbol{E}[\boldsymbol{y}(\mathbf{1})] = E[y(1)|z=1]P(z=1) + E[y(1)|z=0]P(z=0)$$

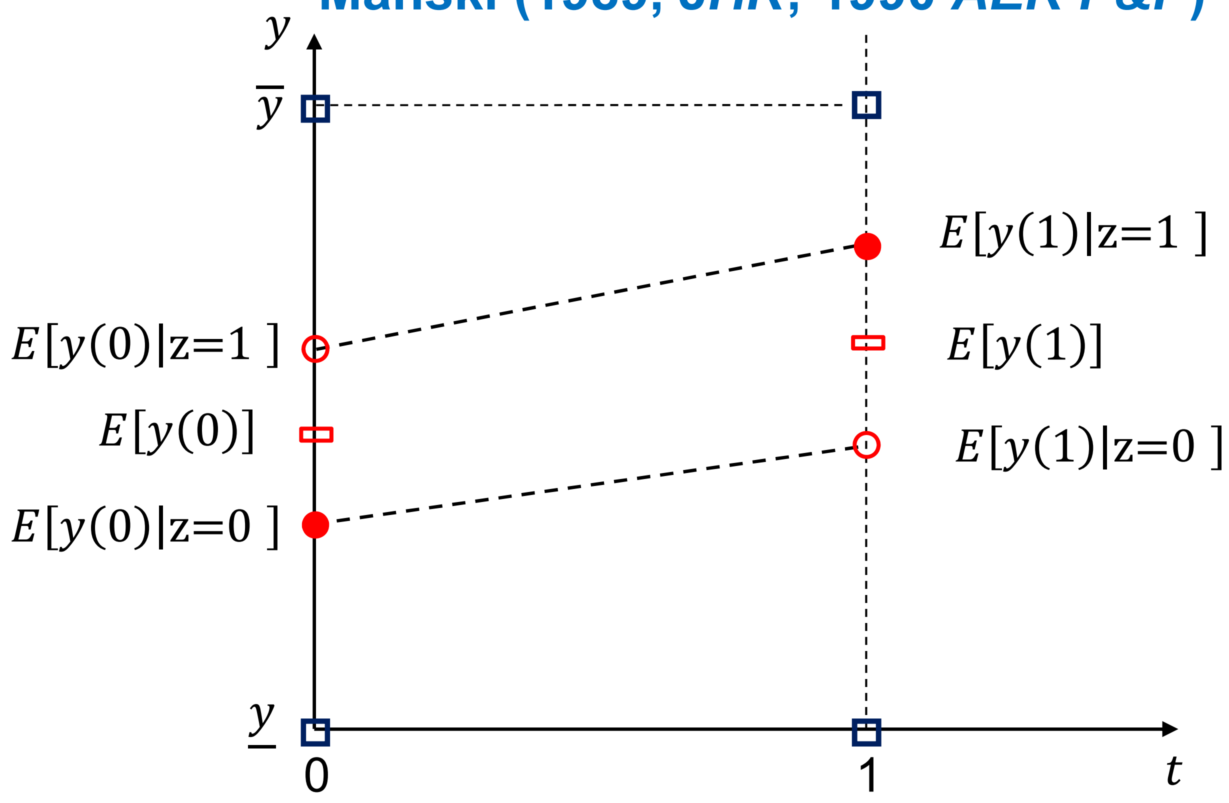
大卒の平均賃金　大卒の人口比率　仮想的平均賃金　高卒の人口比率

識別できない　**観測されない**

$$\boldsymbol{E}[\boldsymbol{y}(\boldsymbol{t})] = E[y(t)|z=t]P(z=t) + E[y(t)|z\neq t]P(z\neq t)$$

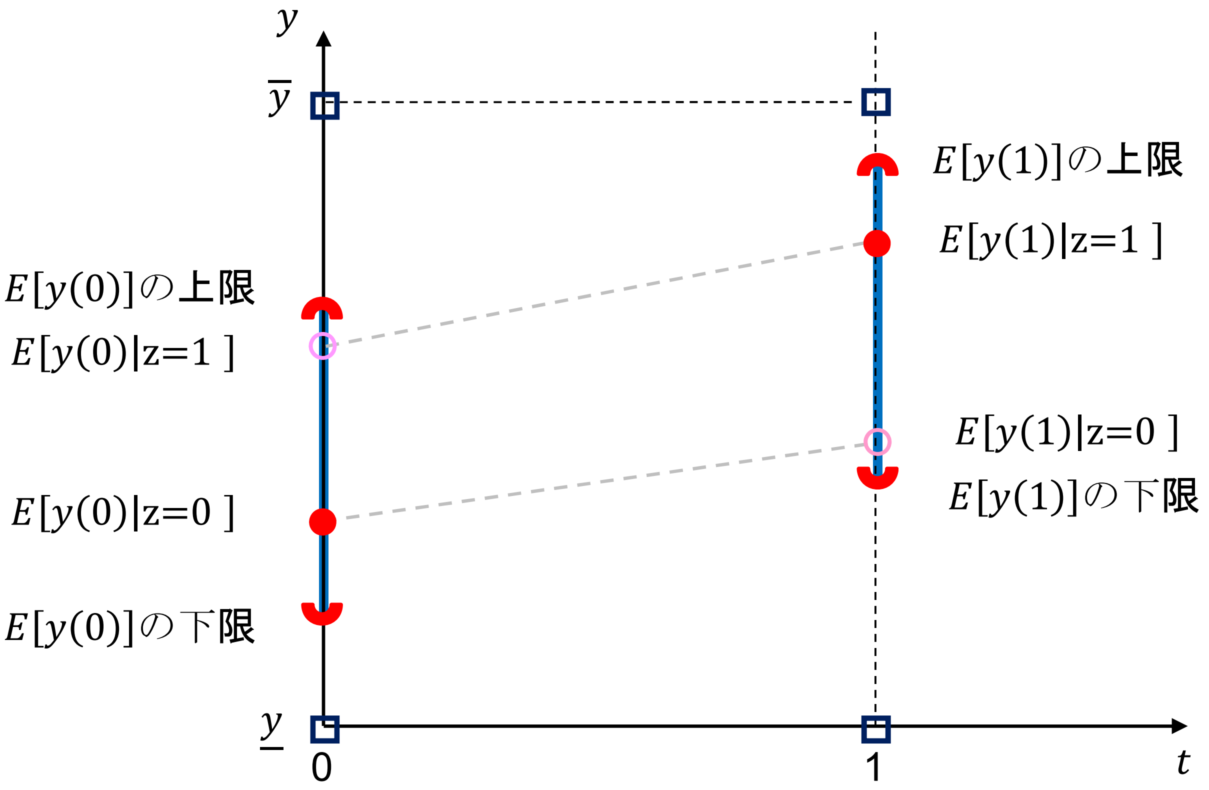
何も仮定しないときの$E[y(t)]$のバウンド

Manski (1989, *JHR*; 1990 *AER P&P*)



$$\boldsymbol{E}[\boldsymbol{y}(\boldsymbol{t})] = E[y(t)|z=t]P(z=t) + \underset{\le \overline{\boldsymbol{y}}}{\overset{\underline{\boldsymbol{y}} \le}{E[y(t)|z \ne t]}} P(z \ne t)$$

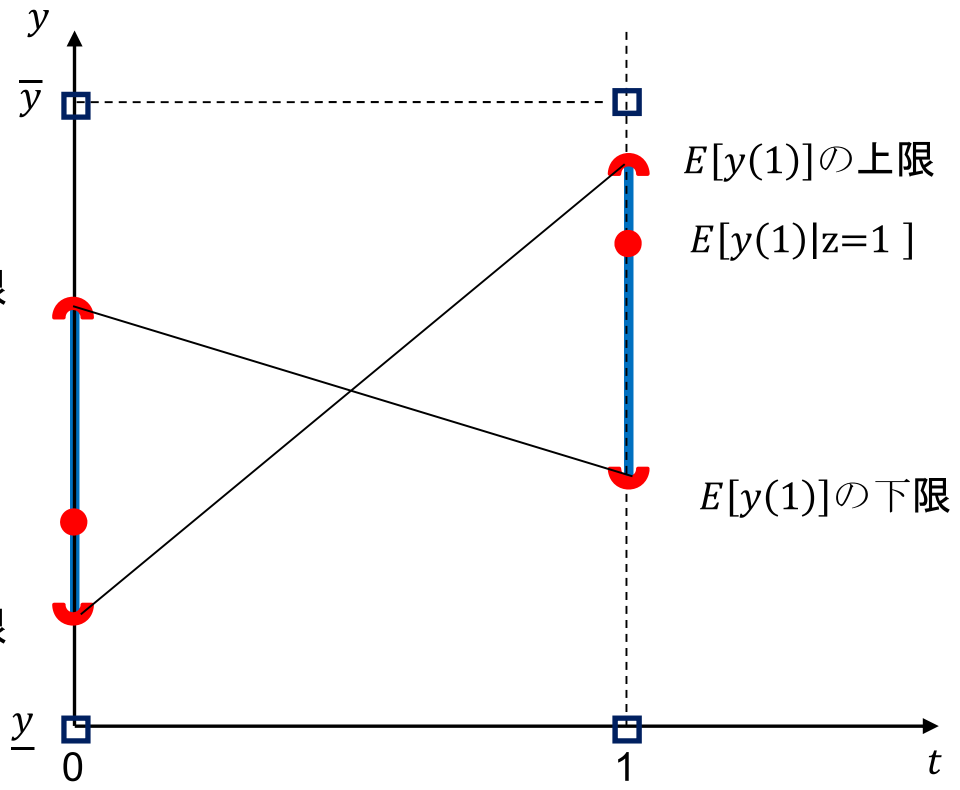
何も仮定しないときの$E[y(t)]$のバウンド



Manski (1989,*JHR*; 1990,*AER P&P*)

$$E[y(t)|z=t]P(z=t)+\underline{y}P(z\neq t)$$
$$\leq$$
$$E[y(t)]=E[y(t)|z=t]P(z=t)+E[y(t)|z\neq t]P(z\neq t)$$
$$\leq$$
$$E[y(t)|z=t]P(z=t)+\overline{y}P(z\neq t)$$

何も仮定しないときの$E[y(1)]-E[y(0)]$のバウンド



Manski (1989, 1990)

$$E[y(1)]\text{の下限} - E[y(0)]\text{の上限}$$
$$\leq$$
$$\boldsymbol{E[y(1)]-E[y(0)]}$$
$$\leq$$
$$E[y(1)]\text{の上限} - E[y(0)]\text{の下限}$$

教育のリターンの実証例

Okumura and Usui (2014, *QE*)

表１　学歴ごとのlog賃金の平均値と相対度数 (米国NLSY79)

Z	学歴	$E[y\|z]$	P(z)
1	高校中退以下	2.516	0.078
2	高校卒業	2.727	0.423
3	短大・大学中退	2.980	0.184
4	大学卒業	3.251	0.180
5	大学院以上	3.336	0.134

データにおけるy_jの最小値が0.19、最大値が4.79より、$\underline{y}=0,\ \overline{y}=5$とする。

- 全員が高校卒業のときの平均賃金
  $E[y(2)|z=2]P(z=2)+\underline{y}P(z\neq 2)=2.727\times 0.423+0\times(1-0.423)=1.154$
  $\leq \boldsymbol{E[y(2)]}$
  $\leq E[y(2)|z=2]P(z=2)+\underline{y}P(z\neq 2)=2.727\times 0.423+5\times(1-0.423)=4.039$
- 全員が大学卒業のときの平均賃金 $0.585\leq \boldsymbol{E[y(4)]}\leq 4.685$
- 大学教育のリターン（年率）$-0.863\leq \boldsymbol{\{E[y(4)]-E[y(2)]\}/4}\leq 0.883$

分布$\boldsymbol{P[y(t)]}$の部分識別

$$P[y(t)|z=t]P(z=t)$$

$$\leq$$

$$\boldsymbol{P[y(t)]} = P[y(t)|z=t]P(z=t) + \boldsymbol{P[y(t)|z \neq t]}P(z \neq t)$$

$$\leq$$

観測されない

$$P[y(t)|z=t]P(z=t) + P(z \neq t)$$

増加関数の仮定の下でのバウンド

- 次のステップ
  信頼できる弱い仮定を加える

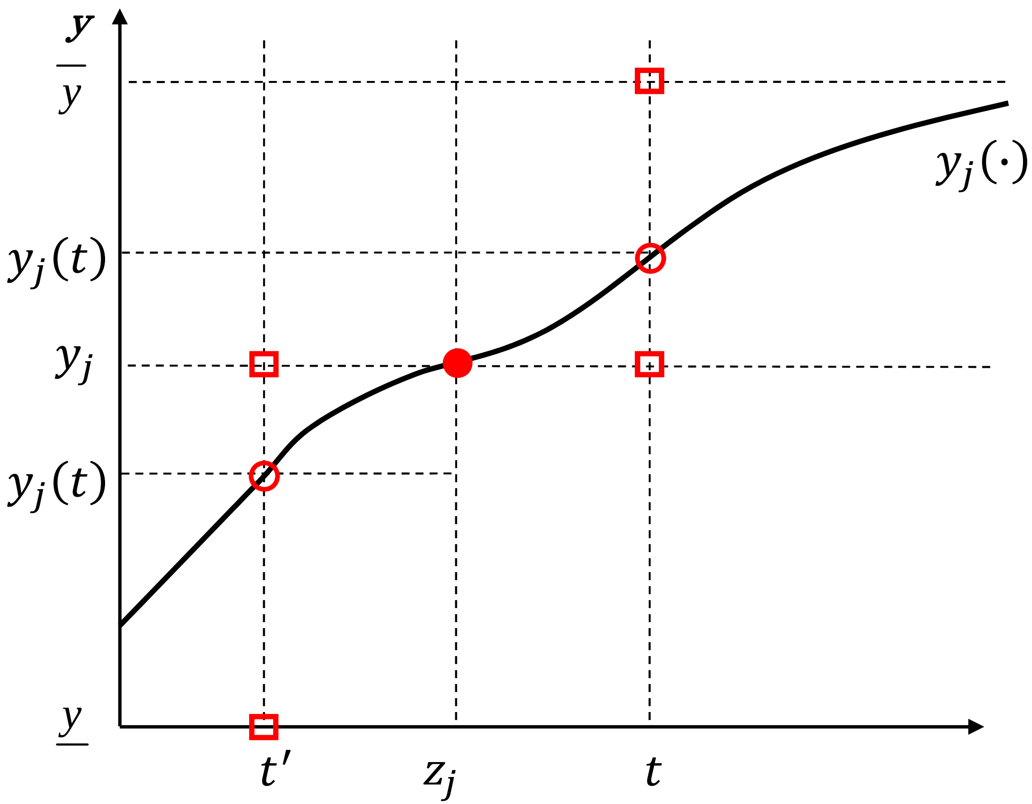
$$\boldsymbol{E}[\boldsymbol{y}(\boldsymbol{t})] = E[y(t)|z = t]P(z = t) + E[y(t)|z \neq t]P(z \neq t)$$

$E[y(t)|z \neq t]$のバウンドを狭めて、$\boldsymbol{E}[\boldsymbol{y}(\boldsymbol{t})]$のバウンドを狭める

- Manski (1997,*ECMA*)
  単調関数（増加関数）の仮定

$$t_1 \leq t_2 \Rightarrow y_j(t_1) \leq y_j(t_2)$$

増加関数の仮定の下でのバウンド

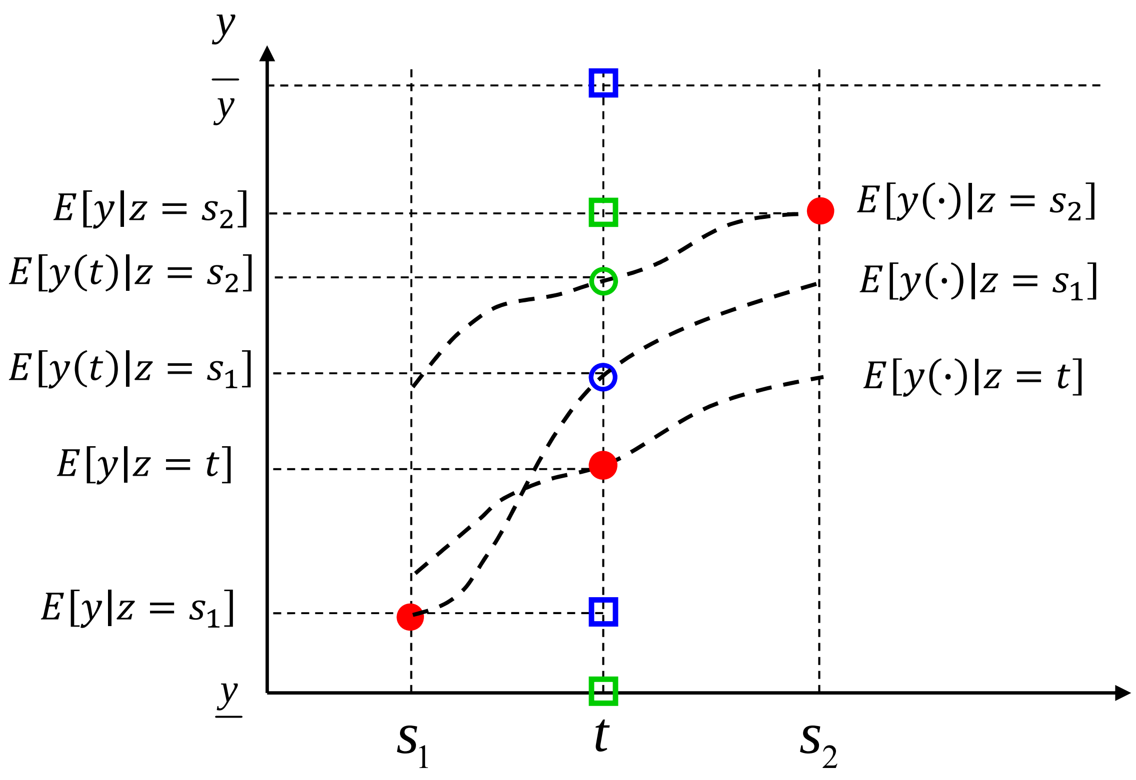


$z_j < t$のjに対しては、$y_j \leq y_j(t) \leq \bar{y}$

$z_j = t$のjに対しては、　$y_j(t) = y_j$

$z_j > t$のjに対しては、$\underline{y} \leq y_j(t) \leq y_j$

増加関数の仮定の下でのバウンド



$$\sum_{s\le t} \mathbf{E}[\boldsymbol{y}|\boldsymbol{z}=\boldsymbol{s}]\mathrm{P}(z=s) + \underline{\boldsymbol{y}}\mathrm{P}(z>t)$$

$$\le \mathbf{E}[\boldsymbol{y}(\boldsymbol{t})] = \sum_{s\le t} \mathbf{E}[\boldsymbol{y}|\boldsymbol{z}=\boldsymbol{s}]\mathrm{P}(z=s) + \sum_{s>t} \mathbf{E}[\boldsymbol{y}|\boldsymbol{z}=\boldsymbol{s}]\mathrm{P}(z=s)$$

$$\le \overline{\boldsymbol{y}}\mathrm{P}(z<t) + \sum_{s\ge t} \mathbf{E}[\boldsymbol{y}|\boldsymbol{z}=\boldsymbol{s}]\mathrm{P}(z=s)$$

増加関数の仮定の下での$\boldsymbol{E[y(t_2)] - E[y(t_1)]}$のバウンド

$$0 \le \boldsymbol{E}[\boldsymbol{y}(t_2)] - \boldsymbol{E}[\boldsymbol{y}(t_1)] \le E[y(t_2)]\text{の上限} \; - \; E[y(t_1)]\text{の下限}$$

教育のリターンの実証例
（表1の$E[y|z]$と$P(z)$を使って計算）

		E[y(2)]		E[y(4)]		{E[y(4)]－[y(2)]}/4	
		全員が高卒のとき の平均賃金		全員が大卒のとき の平均賃金		大学教育のリターン （年率）	
	仮定	下限	上限	下限	上限	下限	上限
①	何も仮定しない	1.154	4.039	0.585	4.685	-0.863	0.883
②	増加関数	1.350	3.124	2.483	4.457	0	0.777
③	増加関数と単調処置選択	2.711	2.950	2.922	3.263	0	0.138
④	凹増加関数と単調処置選択	2.725	2.950	2.922	3.205	0	0.115

③と④は、Okumura and Usui (2014)の推定結果を再掲。①と②は、そこで用いたNLSY79のデータを使って推定。

シャープバウンド

今回示すバウンドはすべてシャープバウンド

データ$\left\{\left(z_j, y_j\right)\right\}_{j=1}^{J}$と仮定（増加関数など）から識別される最も狭いバウンド

シャープバウンドの導出の重要性：

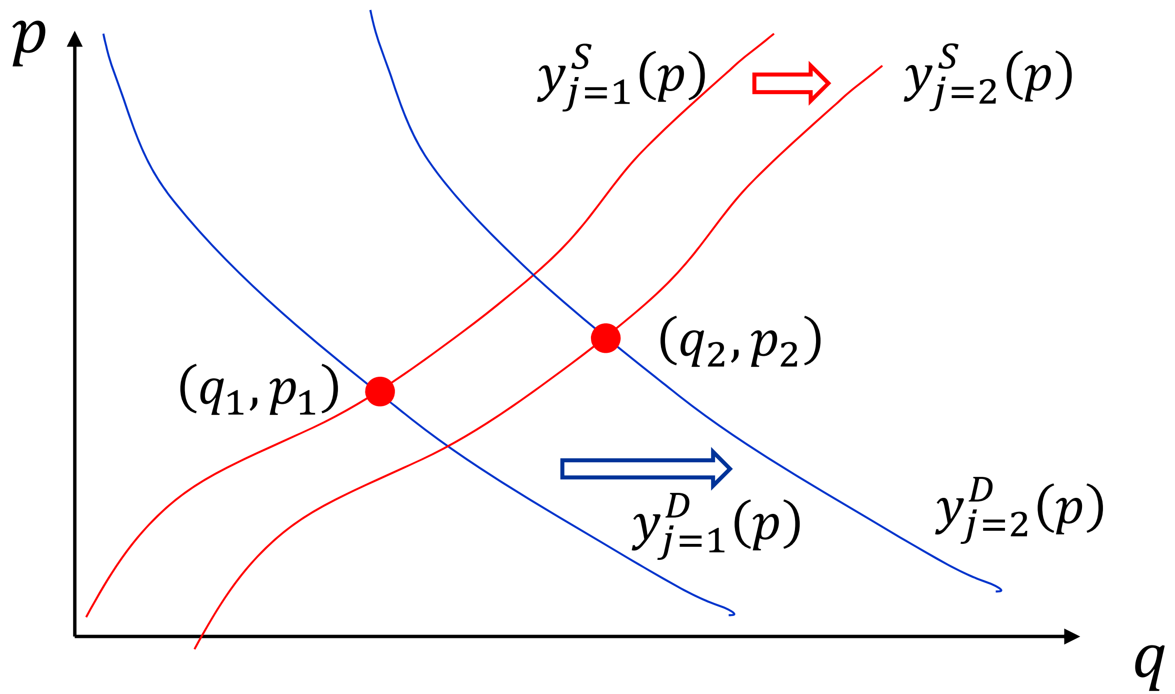
シャープバウンドを示すことにより、仮定の識別力が明らかになる。

単調関数のバウンドの応用
需要・供給曲線のシフトの推定
Okumura (2011, *JBES*)

右上がりの供給曲線と、右下がりの需要曲線の**交点**しか観測できないとき、

供給曲線と需要曲線の関数形を特定化せずに、

供給曲線と需要曲線それぞれのシフトパラメーターのバウンドを識別・推定する方法を開発。



単調関数のバウンドの応用
需要・供給曲線のシフトの推定
Okumura (2011, *JBES*)

賃金変動の労働供給要因と労働需要要因を推定

Katz & Murphy (1992, QJE)等：

（需給曲線の交点である）賃金と労働量のデータしか利用できないため、識別・推定できない（識別問題）

⇨　開発した部分識別の方法で、男女×学歴別に労働供給シフトと労働需要シフトを推定し、賃金格差変動要因の時系列変化を示した。

増加関数と単調処置選択の仮定の下でのバウンド

Manski and Pepper (2000, *ECMA*)

- 独立の仮定

  For all $(t_1, t_2) \in T$,

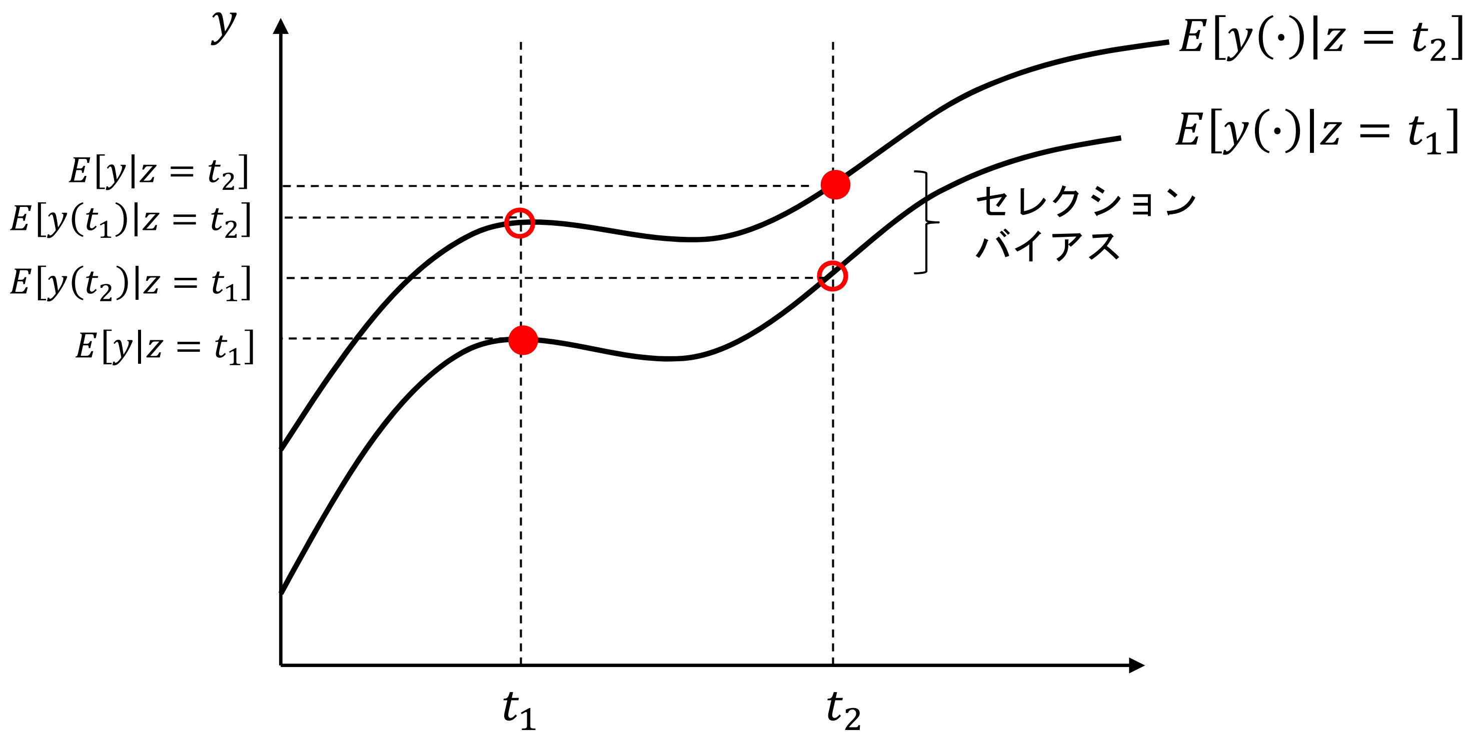
$$E[y(t)|z = t_1] = E[y(t)|z = t_2] = E[y(t)]$$

- 単調処置選択の仮定

$$t_1 \leq t_2 \Rightarrow E[y(t)|z = t_1] \leq E[y(t)|z = t_2]$$

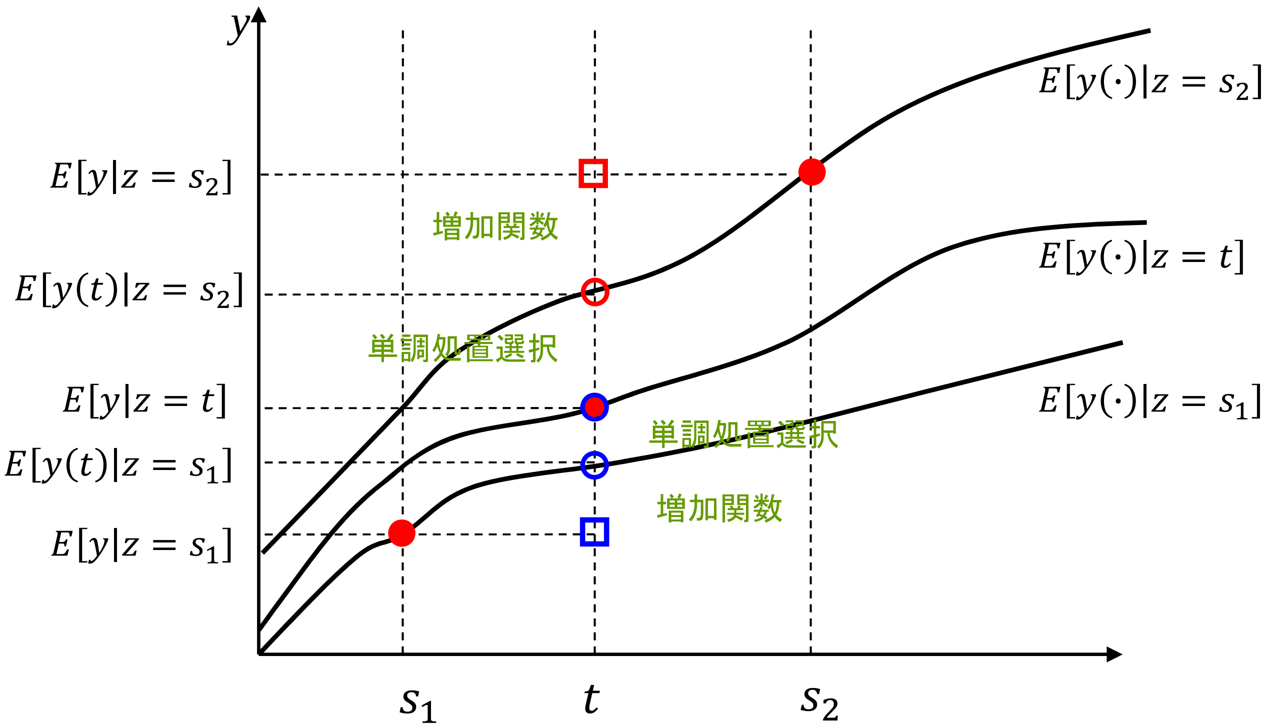
増加関数と単調処置選択の仮定の下でのバウンド

単調処置選択の仮定　$t_1 \leq t_2 \Rightarrow E[y(t)|z = t_1] \leq E[y(t)|z = t_2]$



- 高い教育水準を選んだ人々は、低い教育水準を選んだ人々より、平均的に高い賃金関数を持つ。
- 能力の高い人ほど高い学歴を選択し、同時に、高い賃金関数を持つ傾向がある。

増加関数 と 単調処置選択の仮定の下でのバウンド



$$\sum_{s<t} E[y|z=s]P(z=s) + E[y|z=t]P(z \geq t)$$

$$\leq \boldsymbol{E[y(t)]} = \sum_{s<t} E[y(t)|z=s]P(z=s) + \sum_{s\geq t} E[y(t)|z=s]P(z=s)$$

$$\leq E[y|z=t]P(z \leq t) + \sum_{s>t} E[y|z=s]P(z=s)$$

増加関数と単調処置選択の仮定の下での $E[y(t_2)] - E[y(t_1)]$ のバウンド

$$0 \leq E[y(t_2)] - E[y(t_1)] \leq E[y(t_2)]\text{の上限} - E[y(t_1)]\text{の下限}$$

バウンドは、y_j の値域の下限 $\underline{y}$ と上限 $\overline{y}$ に依存しない。

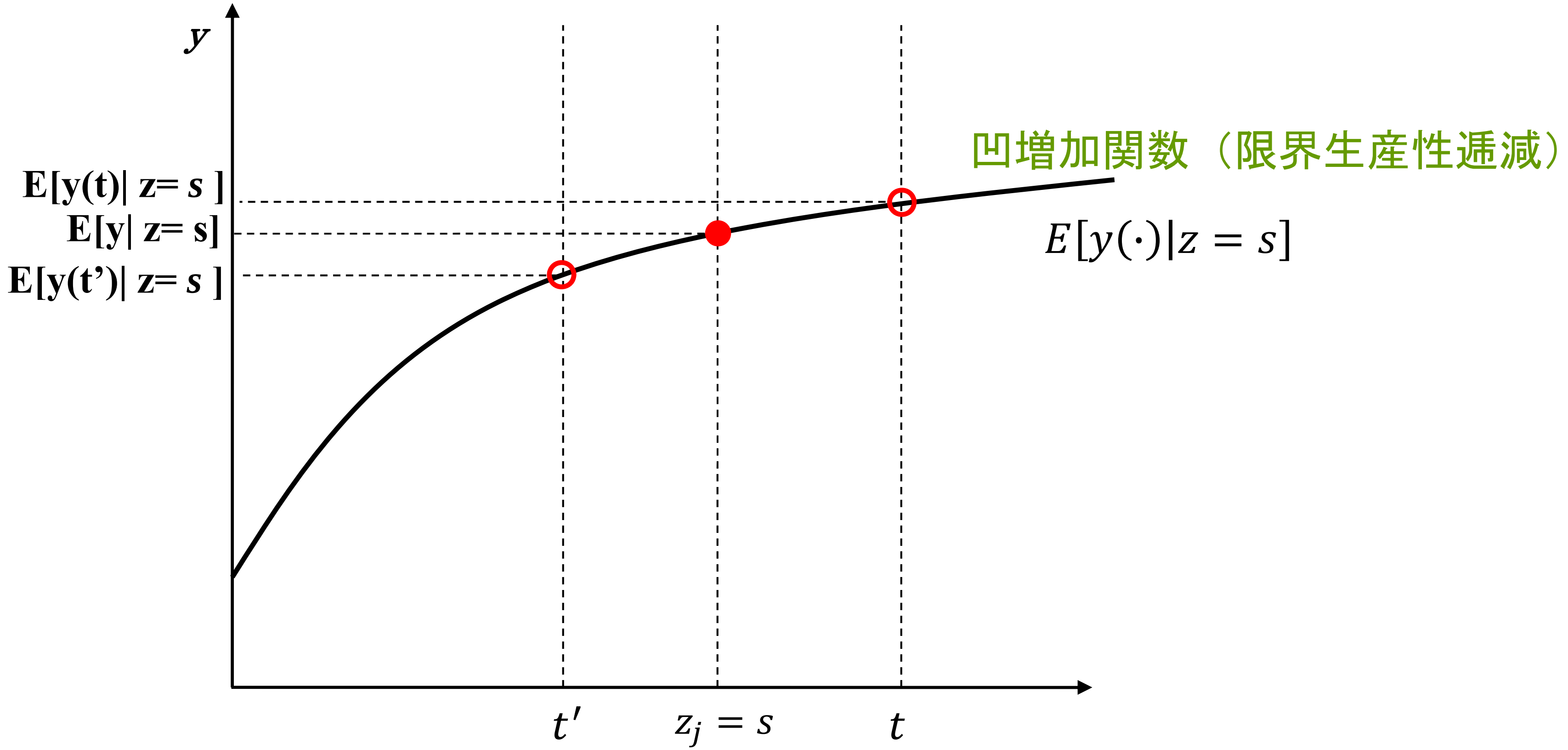
教育のリターンの実証例

（表1の$E[y|z]$と$P(z)$を使って計算）

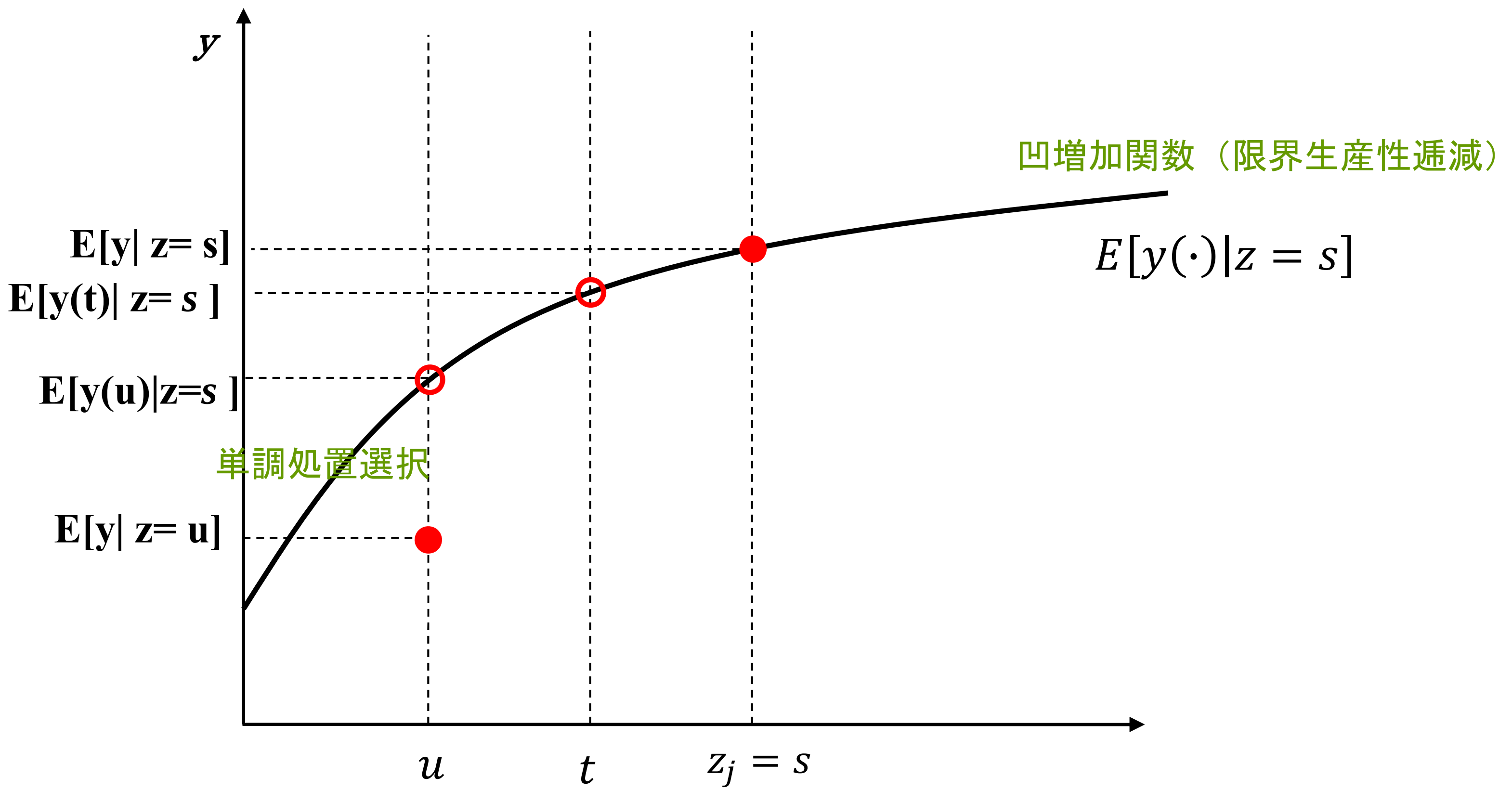
		E[y(2)]		E[y(4)]		{E[y(4)]－[y(2)]}/4	
		全員が高卒のときの平均賃金		全員が大卒のときの平均賃金		大学教育のリターン（年率）	
	仮定	下限	上限	下限	上限	下限	上限
①	何も仮定しない	1.154	4.039	0.585	4.685	-0.863	0.883
②	増加関数	1.350	3.124	2.483	4.457	0	0.777
③	増加関数と単調処置選択	2.711	2.950	2.922	3.263	0	0.138
④	凹増加関数と単調処置選択	2.725	2.950	2.922	3.205	0	0.115

③と④は、Okumura and Usui (2014)の推定結果を再掲。①と②は、そこで用いたNLSY79のデータを使って推定。

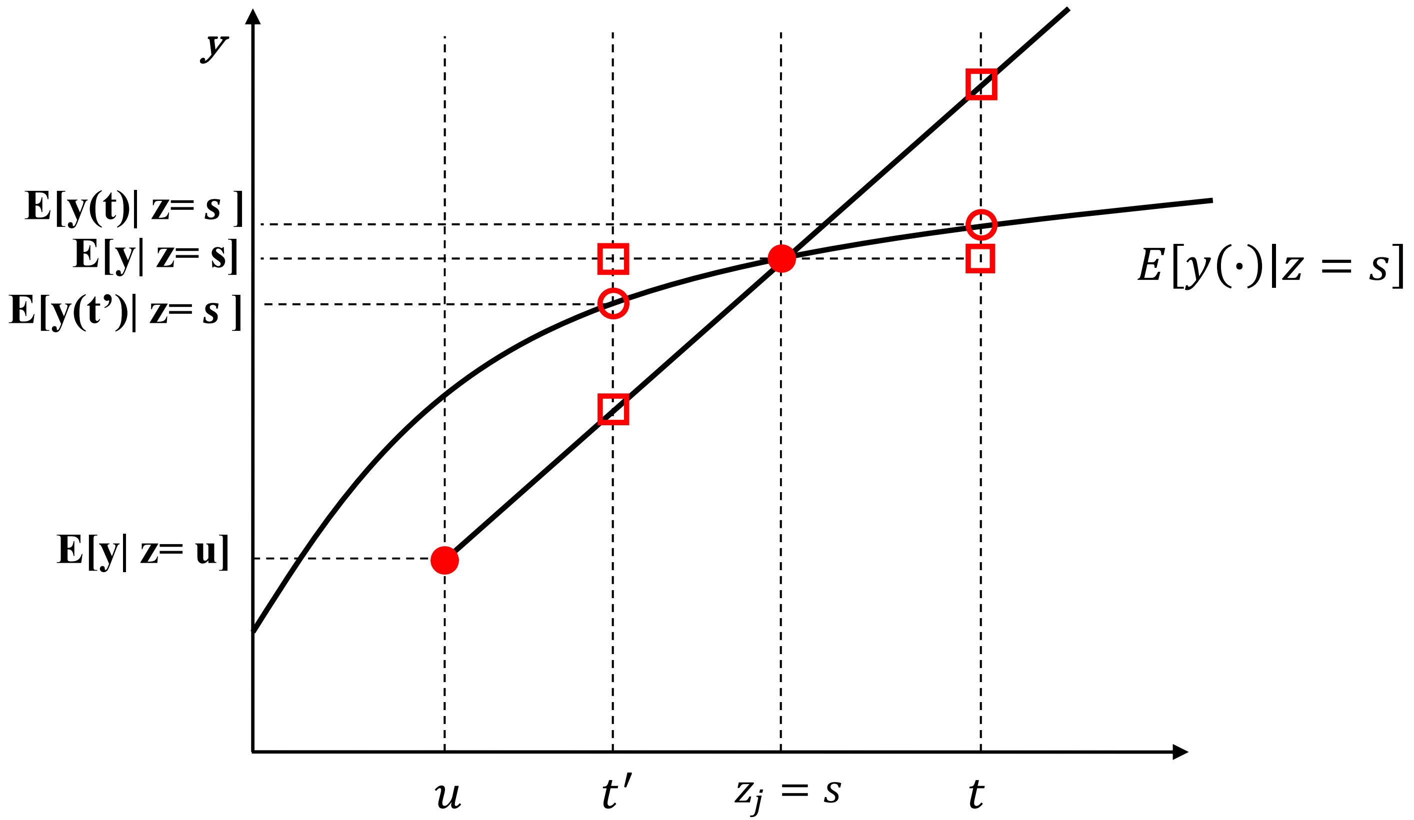
凹増加関数 と 単調処置選択の仮定の下でのバウンド
Okumura and Usui (2014, *QE*)



凹増加関数 と 単調処置選択の仮定の下でのバウンド
Okumura and Usui (2014, *QE*)



凹増加関数 と 単調処置選択の仮定の下でのバウンド
Okumura and Usui (2014, *QE*)



For $t \in [u, s]$,

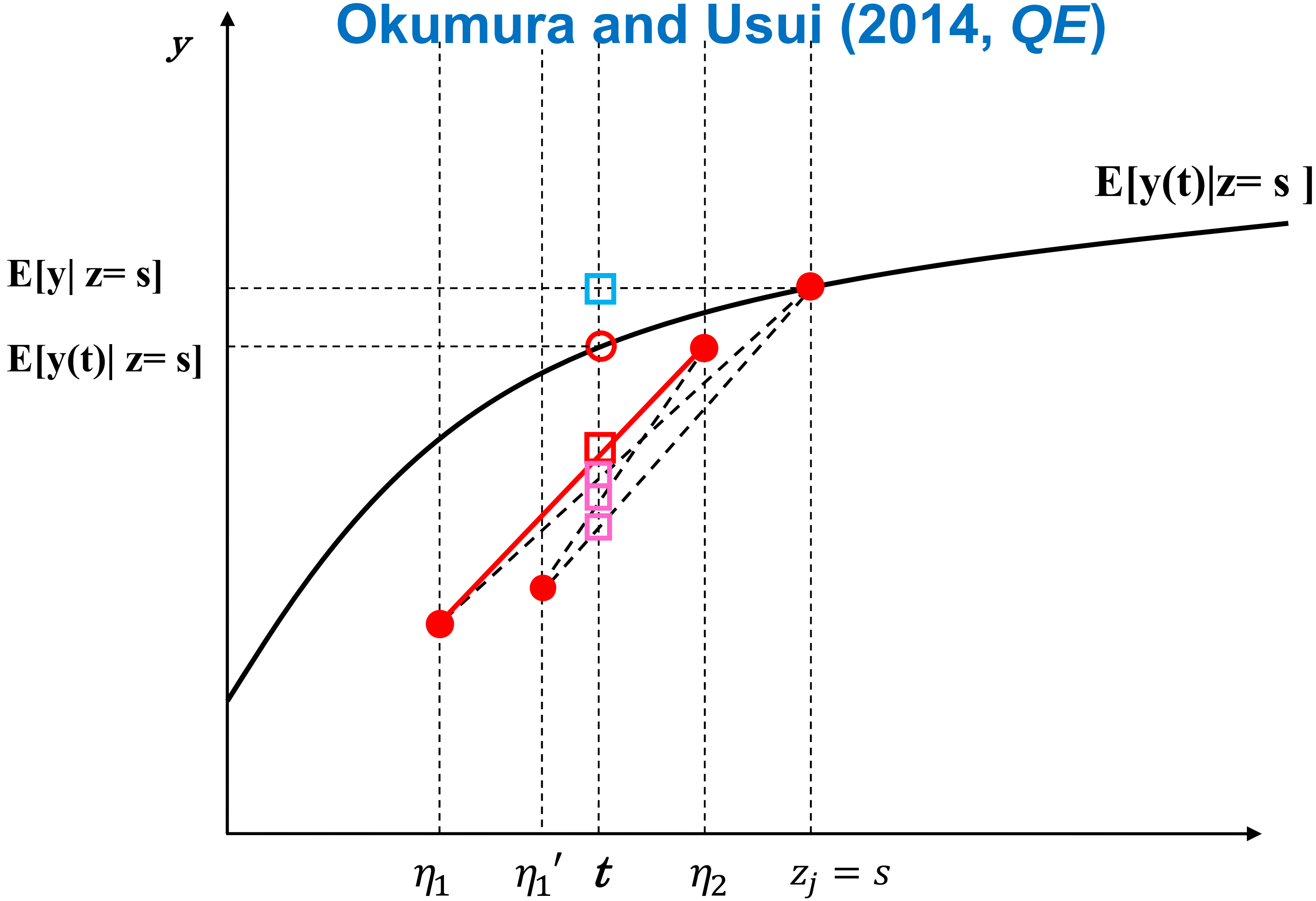
$$\frac{s-t}{s-u}E[y|z=u] + \frac{t-u}{s-u}E[y|z=s] \leq E[y(t)|z=s] \leq E[y|z=s]$$

For $t \geq s$,

$$E[y|z=s] \leq E[y(t)|z=s] \leq \frac{s-t}{s-u}E[y|z=u] + \frac{t-u}{s-u}E[y|z=s]$$

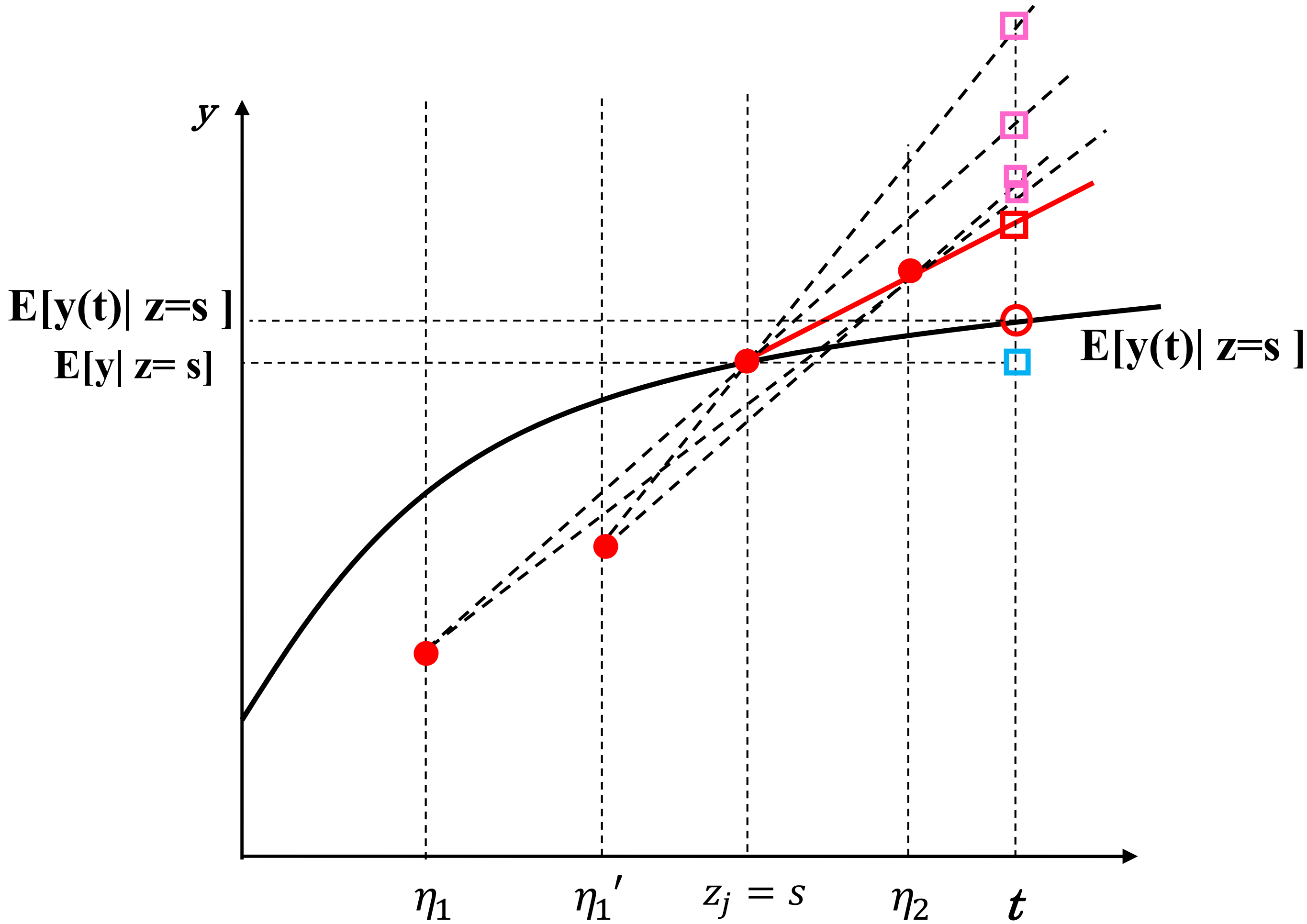
凹増加関数と単調処置選択の仮定の下でのバウンド

Okumura and Usui (2014, *QE*)



For $t < s$,

$$\max_{\{(\eta_1,\eta_2)|\eta_1 \le t < \eta_2 \le s\}} \left(\frac{\eta_2 - t}{\eta_2 - \eta_1} E[y|z = \eta_1] + \frac{t - \eta_1}{\eta_2 - \eta_1} E[y|z = \eta_2] \right) \le E[y(t)|z = s] \le E[y|z = s]$$



For $t \geq s$,

$$E[y|z=s] \leq E[y|z=s] \leq \min_{\{(\eta_1,\eta_2)|s \leq \eta_2 \leq t \wedge \eta_1 < \eta_2\}} \left(\frac{\eta_2 - t}{\eta_2 - \eta_1} E[y|z=\eta_1] + \frac{t-\eta_1}{\eta_2-\eta_1} E[y|z=\eta_2] \right)$$

凹増加関数 と 単調処置選択の仮定の下でのバウンド
Okumura and Usui (2014, *QE*)

$E[y(t)]$のシャープバウンド

$$\sum_{s\le t} E[y|z=s]P(z=s) +$$

$$\sum_{s>t} \max_{\{(\eta_1,\eta_2)|\eta_1 \le t < \eta_2 \le s\}} \left(\frac{\eta_2 - t}{\eta_2 - \eta_1} E[y|z=\eta_1] + \frac{t-\eta_1}{\eta_2-\eta_1} E[y|z=\eta_2]\right) P(z=s)$$

$$\le \boldsymbol{E}[\boldsymbol{y}(\boldsymbol{t})]$$

$$\le \sum_{s\ge t} E[y|z=s]P(z=s) +$$

$$\sum_{s<t} \min_{\{(\eta_1,\eta_2)|s \le \eta_2 \le t \wedge \eta_1 < \eta_2\}} \left(\frac{\eta_2 - t}{\eta_2 - \eta_1} E[y|z=\eta_1] + \frac{t-\eta_1}{\eta_2-\eta_1} E[y|z=\eta_2]\right) P(z=s)$$

凹増加関数と単調処置選択の仮定の下でのバウンド
Okumura and Usui (2014, *QE*)

平均処置効果$E[y(t_2)] - E[y(t_1)]$のシャープバウンド

$$
\begin{aligned}
0 &\le \boldsymbol{E}[\boldsymbol{y}(\boldsymbol{t_2})] - \boldsymbol{E}[\boldsymbol{y}(\boldsymbol{t_1})] \\
&\le \sum_{s \le t_2} \{UB(s, t_2) - AT_1(t_1, s, t_2)\} P(z = s) \\
&+ \sum_{s > t_2} \{E[y|z = s] - AT_2(t_1, s, t_2)\} P(z = s)
\end{aligned}
$$

ただし、$AT_1(t_1, s, t_2) = \begin{cases} \frac{t_1 - s}{t_2 - s} UB(s, t_2) + \frac{t_2 - t_1}{t_2 - s} E[y|z = s], & if \quad s \le t_1 < t_2 \\ LB(s, t_1), & if \quad t_1 < s < t_2 \end{cases}$

$$
AT_2(t_1, s, t_2) = \max_{\{(\eta_1, \eta_2) | \eta_1 \le t_1 < \eta_2 \le t_2\}} \left(\frac{\eta_2 - t_1}{\eta_2 - \eta_1} E[y|z = \eta_1] + \frac{t_1 - \eta_1}{\eta_2 - \eta_1} \mu(\eta_2) \right)
$$

$\mu(\eta_2) = E[y|z = s] \;\; if \;\; \eta_2 = t_2 \;\; \& \;\; E[y|z = \eta_2] \;\; if \;\; \eta_2 < t_2$

教育のリターンの実証例
（表1の$E[y|z]$と$P(z)$を使って計算）

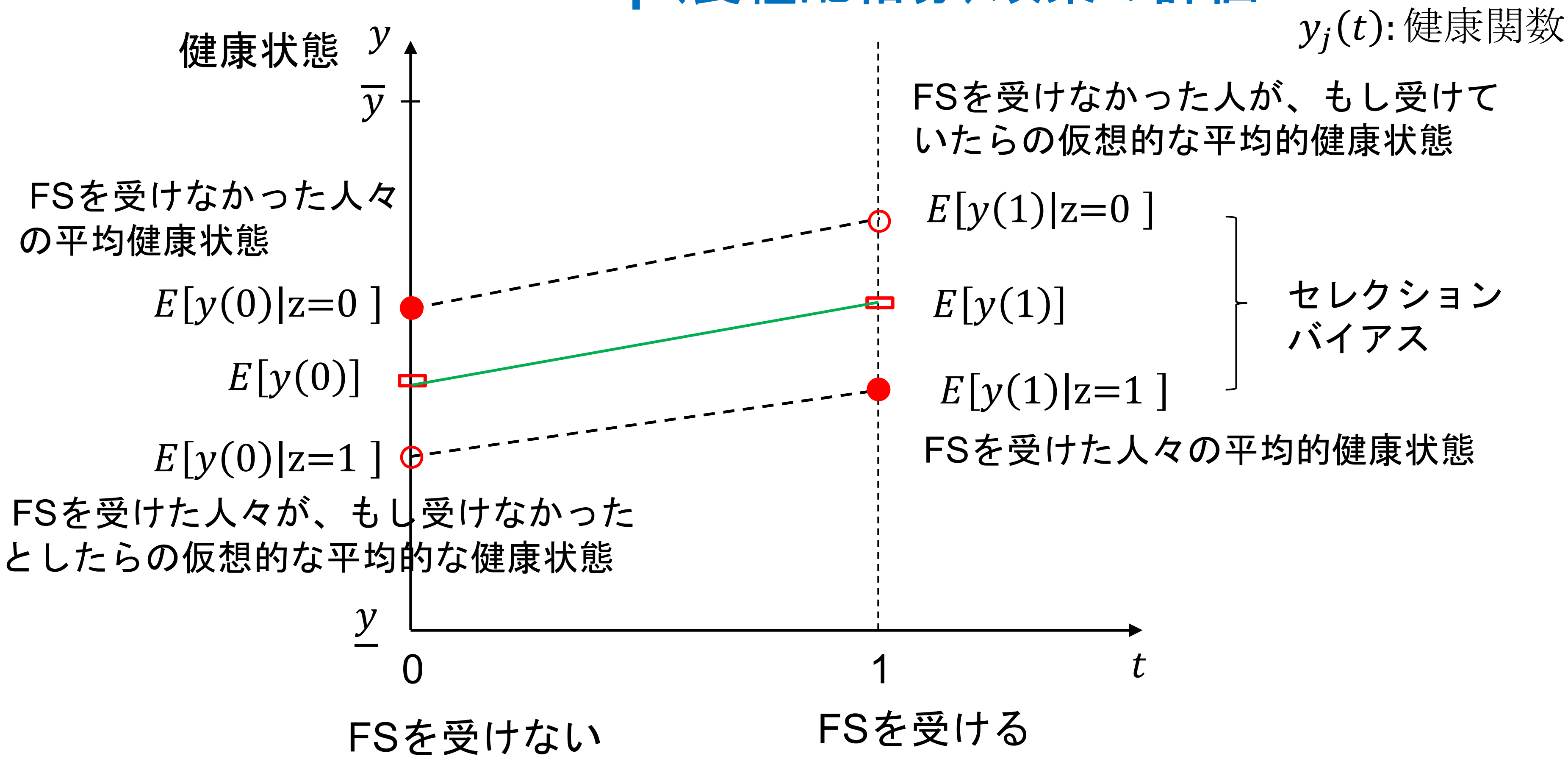
		E[y(2)]		E[y(4)]		{E[y(4)]－[y(2)]}/4	
		全員が高卒のときの平均賃金		全員が大卒のときの平均賃金		大学教育のリターン（年率）	
	仮定	下限	上限	下限	上限	下限	上限
①	何も仮定しない	1.154	4.039	0.585	4.685	-0.863	0.883
②	増加関数	1.350	3.124	2.483	4.457	0	0.777
③	増加関数と単調処置選択	2.711	2.950	2.922	3.263	0	0.138
④	凹増加関数と単調処置選択	2.725	2.950	2.922	3.205	0	0.115

③と④は、Okumura and Usui (2014)の推定結果を再掲。①と②は、そこで用いたNLSY79のデータを使って推定。

増加関数と単調処置選択の仮定の下でのバウンドを使った実証研究

- 労働:
  - Blundell, Gosling, Ichimura & Meghir (2007, *ECMA*), González (2005, *JAE*), Kreider & Pepper (2007, *JASA*; 2008, *JAE*), Okumura (2011, *JBES*)
- 健康
  - Kreider, Pepper, Gundersen & Jolliffe (2012, *JASA*), Gerfin & Schellhorn (2006, *HE*), Gundersen & Kreider (2009, *JHE*), Kreider & Hill (2009, *JHR*), Gundersen, Kreider & Pepper (2012, *JoE*)
- 教育
  - de Haan (2011, *JOLE*), Giustinelli (2011, *JAE*), Huang, Maassen van den Brink & Groot (2011, *EE*), Kang (2011, *OBE*), Okumura & Usui (2014, *QE*)

Kreider, Pepper, Gundersen and Jolliffe (2012, *JASA*)
Food Stamp（食糧配給券）政策の評価



$E[y(1)] - E[y(0)]$：政策（プログラム）評価

(1) 何も仮定しない

(2) 単調処置選択の仮定 ：健康状態が悪い人々がFSを受ける傾向にある

(3) 単調処置選択+増加関数の仮定：FSは健康状態を改善する

Blundell, Gosling, Ichimura and Meghir (2007,*ECMA*) 賃金分布の変化

- 処置変数t：$t=0$ 非就業, $t=1$ 就業
- 結果変数y_j: log賃金
- 目的：分布$P[y(t)]$＝ 就業者と非就業者を合わせた母集団の賃金分布（もし非就業者も就業した場合の全員の賃金分布）の推定
- 非就業者($t=0$)の賃金(y_j)は観測されないという識別問題
- 賃金分布$P[y(t)]$のバウンドを、年ごとに推定
- 賃金の不平等が時代とともに拡大したか縮小したかを議論
- 仮定

  (1) 何も仮定しない

  (2) 単調処置選択の仮定
  - 非就業者($z_j=0$)がもし就業者($t=1$)になっても、実際の就業者($z_j=1$)より、低い賃金を得る可能性が高い。
  - 高い賃金を稼ぐ能力のある人々が就業者になる傾向がある。

注）Okumura and Usui (2014)は、分布$P[y(t)]$が、Blundell et al. の単調処置選択の仮定と、tに関して凸減少関数の仮定を満たすとき、$P[y(t)]$のバウンドを導出。

部分識別の応用・発展

- 部分識別は、識別問題の新しい解決策
  よって、応用範囲は広大
  - 欠損値問題
  - 不完備モデル（ゲーム理論の複数均衡問題）
  - 有限混合モデル
  - 意思決定問題

    など
- 経済学だけでなく、社会学、政治学、犯罪学、医学などにも応用。
- 推定方法（信頼区間、検定）がほぼ確立

参考文献

Blundell, R., A. Gosling, H. Ichimura, and C. Meghir (2007), “Changes in the Distribution of Male and Female Wages Accounting for Employment Composition Using Bounds,” *Econometrica*, 75, 323-363.

de Haan, M. (2011), "The effect of parents' schooling on child's schooling: A nonparametric bounds analysis." *Journal of Labor Economics*, 29 (4), 859-892.

Gerfin, M. and M. Schellhorn (2006), "Nonparametric Bounds on the Effect of Deductibles in Health Care Insurance on Doctor Visits - Swiss Evidence." *Health Economics*, 15, 1011-1020.

Giustinelli, P. (2011), "Non-parametric bounds on quantiles under monotonicity assumptions: With an application to the Italian education returns." *Journal of Applied Econometrics*, 26 (5), 783-824.

González, L. (2005), "Nonparametric Bounds on the Returns to Language Skills." *Journal of Applied Econometrics*, 20, 771-795.

Gundersen, C. and B. Kreider (2009), "Bounding the effects of food insecurity on children's health outcomes." *Journal of Health Economics*, 28 (5), 971-983.

Gundersen, C., B. Kreider, and J. V. Pepper (2012), "The impact of the national school lunch program on child health: A nonparametric bounds analysis." *Journal of Econometrics*, 166 (1), 79-91.

Huang, J., H. Maassen van den Brink, and W. Groot (2012), "Does education promote social capital? Evidence from IV analysis and nonparametric-bound analysis." *Empirical Economics*, 42 (3), 1011-1034.

Kang, C. (2011), "Family size and educational investments in children: Evidence from private tutoring expenditures in South Korea." *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 73 (1), 59-78.

Kreider, B. and S. C. Hill (2009), "Partially Identifying Treatment Effects with an Application to Covering the Uninsured." *Journal of Human Resources*, 44, 409-449.

参考文献

Kreider, B. and J. V. Pepper (2007), "Disability and employment: Reevaluating the evidence in light of reporting errors." *Journal of the American Statistical Association*, 102 (478), 432-441.

Kreider, B. and J. V. Pepper (2008), "Inferring disability status from corrupt data." *Journal of Applied Econometrics*, 23 (3), 329-349.

Kreider, B., J. V. Pepper, C. Gundersen, and D. Jolliffe (2012), "Identifying the Effects of SNAP (food stamps) on Child Health Outcomes when Participation is Endogenous and Misreported." *Journal of the American Statistical Association*, 107, 958-975.

Manski, C. F. (1989), “Anatomy of the Selection Problem,” *Journal of Human Resources*, 24, 347-360.

Manski, C. F. (1990), “Nonparametric Bounds on Treatment Effects,” *American Economic Review Papers and Proceedings*, 80, 319-323.

Manski, C. F. (1994), “The Selection Problem,” In *Advances in Econometrics, Sixth World Congress* (C. Sims, ed.), 143-170, Chapter 4. Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Manski, C. F. (1995), *Identification Problems in the Social Sciences*, Cambridge, MA: Harvard University Press.

Manski, C. F. (1997), “Monotone Treatment Response,” *Econometrica*, 65, 1311-1334.

Manski, C. F. (2003), *Partial Identification of Probability Distributions*, New York: Springer-Verlag.

Manski, C. F. (2005), *Social Choice with Partial Knowledge of Treatment Response*, Princeton, NJ: Princeton University Press.

Manski, C. F. (2007), *Identification for Prediction and Decision*, Cambridge, MA: Harvard University Press.

Manski, C. F. (2013), *Public Policy in an Uncertain World*, Cambridge, MA: Harvard University Press.

参考文献

Manski, C. F., and J. V. Pepper (2000), “Monotone Instrumental Variables: With an Application to the Returns to Schooling,” *Econometrica*, 68, 997-1010.

Okumura, T. (2011), “Nonparametric Estimation of Labor Supply and Demand Factors,” *Journal of Business & Economic Statistics*, 29, 174-185.

Okumura, T., and E. Usui (2014), “Concave-monotone Treatment Response and Monotone Treatment Selection: With an Application to the Returns to Schooling,” *Quantitative Economics*, 5, 175-194.

Katz, L. F., and K. M. Murphy (1992), "Changes in Relative Wages, 1963-1987: Supply and Demand Factors," *Quarterly Journal of Economics*, 107, 35-78.

奥村綱雄「部分識別入門」第1回―第6回,『経済セミナー 2015年4・5月号―2016年2・3月号』日本評論社