

マルコフスイッチングモデルの
マクロ経済・ファイナンスへの応用

2013年6月23日

沖本 竜義

一橋大学大学院国際企業戦略研究科(ICS)

Email: tatsuyoshi.okimoto@gmail.com

本日の講演の流れ

1. マルコフスイッチング (MS: Markov switching) モデルの概要
2. マルコフ連鎖
3. MSモデルの具体例
4. 実証分析例

マルコフスイッチング (MS: Markov switching) モデル

MSモデルの導入

1. レジームスイッチング (RS) モデルのひとつ

(a) 閾値 (threshold) モデル

(b) 平滑推移 (ST: smooth transition) モデル

(c) MS モデル

2. RSモデルの分類

状態変化 \ 状態変数	観測可能	観測不可能
離散的	閾値モデル	MSモデル
連続的	STモデル	(状態空間モデル)

3. 状態は閾値モデルと同様に離散的に変化

4. 閾値・STモデルでは観測できる状態変数で状態が決まるのに対して、MSモデルは状態を観測できない変数としてモデル化

5. 状態変数を特定せずにレジーム構造の分析を行うことができる
6. 観測できない変数の状態によって特性が異なるデータを分析するのに便利
7. 経済・ファイナンスデータは景気や投資家の心理など観測できない変数に影響を受けるデータが多い
8. Hamilton (1989, *Econometrica*) は MS モデルによって景気循環 (business cycle) をうまく捉えることができることを示した
9. Hamilton の研究以来, 経済・ファイナンスの分野で頻繁に用いられるようになった
10. MS モデルの詳細は Kim and Nelson (1999) を参照

MSモデルによって明らかにできること

1. 金融市場やマクロ経済市場にはどのような状態が存在するか？
 - (a) マクロ経済市場における各状態の経済成長率は？
 - (b) 金融市場における各状態の期待収益率やボラティリティは？
 - (c) 財政政策における各状態の持続可能性は？
2. 各状態における推移確率は？
3. 各状態はどの程度持続するか？
4. 各状態の定常確率は？
5. 時点 t における各状態の確率は？
6. 今日の状態確率がわかったとして、明日の状態確率は？
7. MSモデルを推定することによって、このような問いにデータ主体で答えることができる

MSモデルの概要

1. ベースとなるモデルは計量分析に用いられるほとんどのモデル
 - (a) 回帰モデル
 - (b) ARモデル
 - (c) GARCHモデル
 - (d) VARモデル
 - (e) VEC(共和分)モデル
2. s_t で表される観測できない M 個の状態が存在することを仮定
3. M 状態モデルでは s_t は $1, \dots, M$ のいずれかの値をとると仮定
4. MSモデルは s_t の値に応じてベースモデルのパラメータが変化するモデル

5. Ex. 2 状態MSAR(1)モデル

$$(a) \begin{cases} y_t = \phi_{01} + \phi_{11}y_{t-1} + \sigma_1\varepsilon_t, & s_t = 1 \\ y_t = \phi_{02} + \phi_{12}y_{t-1} + \sigma_2\varepsilon_t, & s_t = 2 \end{cases}$$

$$(b) \varepsilon_t \sim \text{iid}(0, 1)$$

(c) ε_t の分布を状態に依存させることもできる

(d) 観測できない状態変数 s_t の値に応じて, y_t はパラメータの異なるAR(1)モデルに従う

(e) $y_t = \phi_0(s_t) + \phi_1(s_t)y_{t-1} + \sigma(s_t)\varepsilon_t$ と表現されることもある

6. モデルを完全に特定するためには s_t の従う確率過程を定める必要がある

7. Hamilton (1989) はマルコフ連鎖 (Markov chain) を用いることを提案

マルコフ連鎖

1. 代表的な離散確率過程
2. 今期の状態が前期の状態に応じて確率的に決まる
3. マルコフ性：今期の状態は前期の状態だけに依存する

$$P(s_t = j | s_{t-1} = i, s_{t-2} = k, \dots) = P(s_t = j | s_{t-1} = i) = p_{ij}$$

4. p_{ij} ：状態 i から状態 j への推移確率 (transition probability)
5. $p_{i1} + \dots + p_{iM} = 1$
6. 推移確率を行列の形に集めたものは推移確率行列と呼ばれる
7. 2状態マルコフ連鎖の推移確率行列

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{21} \\ p_{12} & p_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{11} & 1 - p_{22} \\ 1 - p_{11} & p_{22} \end{pmatrix}$$

8. 時点 t において状態 1 であれば，確率 p_{11} で時点 $t + 1$ も状態 1 となり，確率 $1 - p_{11}$ で状態 2 となる

9. 状態 i の平均持続期間は $\frac{1}{1 - p_{ii}}$ で与えられる

10. p_{11} が高いほど状態 1 の平均持続期間は長くなる

11. エルゴード的マルコフ連鎖の定常確率 π^*

(a) $\pi^* = \mathbf{P}\pi^*$

12. 十分長い時間を考えると各状態が実現する割合は定常確率に等しくなる

13. 2状態マルコフ連鎖の定常確率

$$\pi_1^* = \frac{1 - p_{22}}{2 - p_{11} - p_{22}} = 1 - \pi_2^*$$

14. 2状態マルコフ連鎖においては、平均的に π_1^* の確率で状態 1 にいることになる

15. p_{11} が高いほど状態 1 の定常確率は高くなる

16. p_{22} が低いほど状態 1 の定常確率は高くなる

MSモデルの具体例

1. 日次株式収益率が次のような2状態MSモデルでモデル化できたとする
2.
$$\begin{cases} y_t = -2 + 2\varepsilon_t, & s_t = 1 \\ y_t = 1 + \varepsilon_t, & s_t = 2 \end{cases}$$
3. $\varepsilon_t \sim \text{iid } N(0, 1)$
4.
$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.1 \\ 0.2 & 0.9 \end{pmatrix}$$
5. 株式市場には2つの状態が存在する
6. $E(y_t | s_t = 1) = -2$
7. $\text{Var}(y_t | s_t = 1) = 4$
8. 状態1は期待値が低く、ボラティリティが高いので、ベア市場を記述していると解釈できる

9. $E(y_t | s_t = 2) = 1$
10. $\text{Var}(y_t | s_t = 2) = 1$
11. 状態2は期待値が高く，ボラティリティが低いので，ブル市場を記述していると解釈できる
12. $p_{11} = P(s_{t+1} = 1 | s_t = 1) = 0.8$
13. 今日がベア市場であったとすると，確率0.8で明日もベア市場となり，確率0.2でブル市場に変化する
14. $p_{22} = P(s_{t+1} = 2 | s_t = 2) = 0.9$
15. 今日がブル市場であったとすると，確率0.9で明日もブル市場となる
16. ベア市場の平均持続期間 $= \frac{1}{1 - 0.8} = 5$
17. ブル市場の平均持続期間 $= \frac{1}{1 - 0.9} = 10$
18. ベア市場は平均的に1週間続き，ブル市場は2週間続く

19. 状態1の定常確率 $\pi_1^* = \frac{1 - 0.9}{2 - 0.8 - 0.9} = \frac{1}{3}$

20. 状態2の定常確率 $\pi_2^* = \frac{1 - 0.8}{2 - 0.8 - 0.9} = \frac{2}{3}$

21. 今から1か月後の市場はだいたい確率1/3でベア市場にあり，確率2/3でブル市場にある

22. 市場は平均的に年間のうち83日程度ベア市場にあり，166日程度ブル市場にある

23. 今日の状態確率が0.5でブル市場，0.5でベア市場であったとすると，明日は確率0.55でブル市場となる

$$\begin{aligned} P(s_{t+1} = 1) &= P(s_t = 1) \times p_{11} + P(s_t = 2) \times (1 - p_{22}) \\ &= 0.5 \times 0.9 + 0.5 \times 0.2 \\ &= 0.55 \end{aligned}$$

24. 実際には状態や状態確率は未知であるが観測値からある程度，推測することができる

25. Ex. $y_t = -3$ のとき

(a) $f_i(\cdot) : N(\mu_i, \sigma_i)$ の密度

$$(b) f_1(-3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left(-\frac{(-3-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}\right) = 0.176$$

$$(c) f_2(-3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} \exp\left(-\frac{(-3-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}\right) = 0.000$$

(d) $y_t = -3$ という観測値は状態1から生じている可能性が高い

$$(e) P(s_t = 1 | y_t = -3) \approx 1$$

26. 実際には $y_t = -3$ だけではなく、ほかの観測値を用いることもできる

27. MSモデルで利用される各時点における状態 i の確率

(a) $P(s_t = i | \Omega_{t-1})$: 尤度の計算に用いられる

(b) $P(s_t = i | \Omega_t)$: フィルター化確率 (filtered probability)

(c) $P(s_t = i | \Omega_T)$: 平滑化確率 (smoothed probability)

マルコフ連鎖の拡張

1. 状態をうまく定義することによって，状態が過去の状態にも依存するようにできるので，マルコフ性の仮定は制約的ではない

2. s_t が s_{t-1} と s_{t-2} に依存する2状態モデル

$$(a) s_t^* = \begin{cases} 1 & s_t = 1, s_{t-1} = 1 \\ 2 & s_t = 2, s_{t-1} = 1 \\ 3 & s_t = 1, s_{t-1} = 2 \\ 4 & s_t = 2, s_{t-1} = 2 \end{cases}$$

(b) s_t^* は s_{t-1}^* のみに依存

(c) s_t^* に関する4状態マルコフ連鎖として書き直せる

(d) 推移確率行列に制約を課す必要がある

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{11} & 0 & p_{11} & 0 \\ 1 - p_{11} & 0 & 1 - p_{11} & 0 \\ 0 & 1 - p_{22} & 0 & 1 - p_{22} \\ 0 & p_{22} & 0 & p_{22} \end{pmatrix}$$

3. 吸収状態

(a) $p_{ii} = 1$

(b) 状態2が吸収状態の2状態マルコフ連鎖の推移確率行列

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{11} & 0 \\ 1 - p_{11} & 1 \end{pmatrix}$$

(c) 一度、吸収状態に移動すると、それ以降はその状態にとどまり続ける

(d) 恒久的な構造変化を分析するのに便利

(e) Sims and Zha (2006, AER), Inoue and Okimoto (2008, JJIE)
金融政策レジームの分析に利用

4. 推移確率を時变的にすることも可能

(a) Diebold, Lee, and Weinbach (1994), Filardo (1994, JBES)

(b) \mathbf{z}_t : 推移確率に影響を及ぼす可能性のある変数からなるベクトル

$$(c) p_{ii,t}(\mathbf{z}_{t-1}) = \frac{\exp(\mathbf{z}'_{t-1} \beta_i)}{1 + \exp(\mathbf{z}'_{t-1} \beta_i)}$$

5. 推移確率が状態の継続期間に依存するようなモデルも存在

(a) Durland and McCurdy (1994, JBES)

(b) 好景気は持続性が高いが、好景気が持続する可能性は好景気が続くにつれて次第に減少する可能性がある

(c) d_t : 現在の状態の持続期間

$$(d) p_{ii,t}(d_{t-1}) = \begin{cases} \frac{\exp(a_i + b_i d)}{1 + \exp(a_i + b_i \tau)} & \text{if } d \leq \tau \\ \frac{\exp(a_i + b_i \tau)}{1 + \exp(a_i + b_i \tau)} & \text{if } d > \tau \end{cases}$$

状態数の選択

1. Smith, Naik, and Tsay (2006, JoE) は MS 回帰モデルの変数と状態数の選択に用いることができる情報量規準を提案

2. \mathbf{x}_t : 説明変数からなる $K \times 1$ ベクトル

3. M 状態 MS 回帰モデル

$$y_t = \mathbf{x}_t' \boldsymbol{\beta}(s_t) + \sigma(s_t) \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim \text{iid } N(0, 1)$$

4. マルコフスイッチング規準 (MSC: Markov switching criterion)

$$\text{MSC} = -2 \log(f(Y, \hat{\boldsymbol{\theta}})) + \sum_{i=1}^M \frac{\hat{T}_i(\hat{T}_i + \lambda_i K)}{\delta_i \hat{T}_i - \lambda_i K - 2}$$

(a) $\log(f(Y, \hat{\boldsymbol{\theta}}))$: 対数尤度を最尤推定値 $\boldsymbol{\theta}$ で評価したもの

$$(b) \hat{T}_i = \sum_{t=1}^T P(s_t = i | \Omega_T)$$

(c) δ_i と λ_i はデータ生成過程に依存する値

5. Smith, et al. (2006)は $\delta_i = 1$ とし, $\lambda_i = M$ とすれば, MSCが機能することをシミュレーションによって確認
6. 候補となるモデルのMSCを計算し, MSCが最小となるようなモデルを選択すれば良い
7. 状態の数と説明変数を同時に選択することができる
8. モデルの有意性を議論するのは難しい
9. MSモデルの状態数の検定は, パラメータの識別性の問題が存在する
10. Hansen (1992, JoAE, 1996, Econometrica)やCho and White (2007, Econometrica)などいくつかの検定は提案されているが, 計算が大変であり実用的ではない
11. Kasahara, Okimoto, and Shimotsu (2013)は, より実用的な検定を提案

実証分析例

1. Hamilton (1989, Econometrica)

(a) GDP成長率に関して2状態AR(4)モデルを推定

$$y_t - \mu_{s_t^*} = \phi_1(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}^*}) + \phi_2(y_{t-2} - \mu_{s_{t-2}^*}) \\ + \phi_3(y_{t-3} - \mu_{s_{t-3}^*}) + \phi_4(y_{t-4} - \mu_{s_{t-4}^*}) + \varepsilon_t$$

(b) $\varepsilon_t \sim \text{i.i.d. } N(0, \sigma^2)$

(c) 32状態MSモデルとして書ける

(d) $\mu_1 = 1.16, \mu_2 = -0.36$

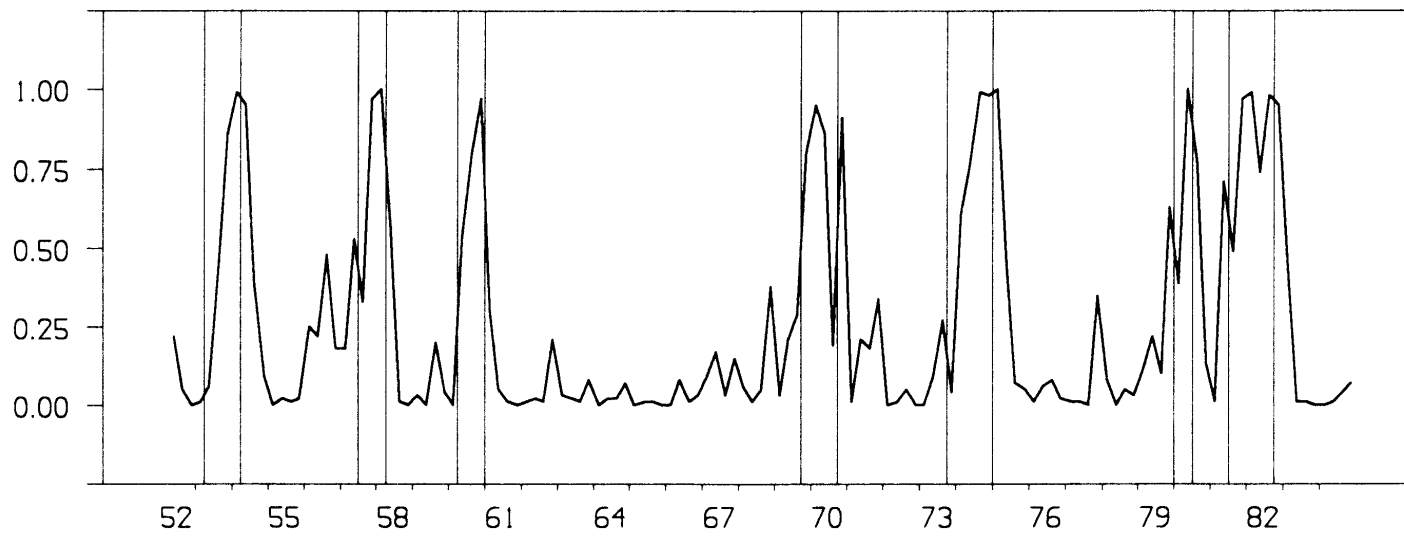
(e) 状態2のフィルター化確率はNBER発表の景気後退期とほぼ一致

(f) 状態1は好況期, 状態2は不況期を表すと解釈できる

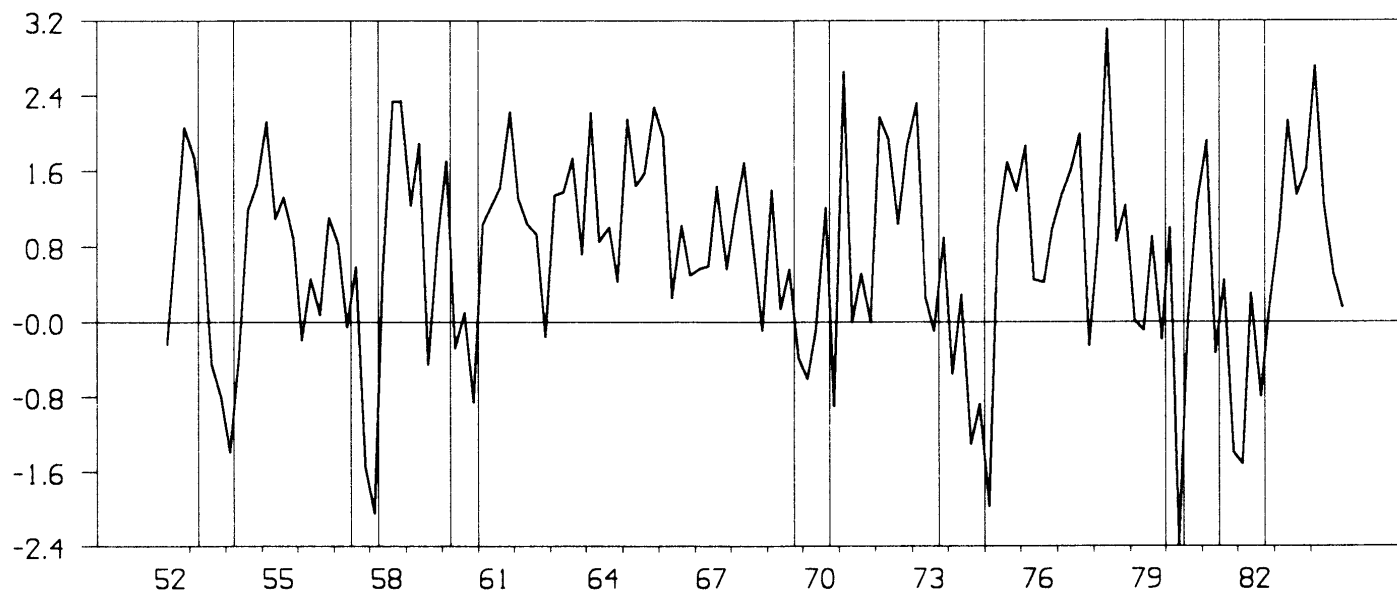
(g) $p_{11} = 0.90, p_{22} = 0.75$

(h) 好況の平均持続期間は10四半期

(i) 不況の平均持続期間は4四半期



(a) 経済が収縮期にある確率 ($P\{s_t^* = 2 | y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-4}; \hat{\theta}\}$) を t の関数として描いたグラフ)



(b) アメリカの実質 GNP の四半期成長率 (1952 年から 84 年)

2. Inoue and Okimoto (2008, JJIE)

(a) 金融政策レジームの分析

(b) 5変数ブロック再帰的MSVARモデル

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{\Phi}_1(s_t)\mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{\Phi}_2(s_t)\mathbf{y}_{t-2} + \cdots + \mathbf{\Phi}_p(s_t)\mathbf{y}_{t-p} + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

i. y_1 : 鉱工業生産指数成長率

ii. y_2 : CPIインフレーション

iii. y_3 : コールレート変化

iv. y_4 : マネタリーベース変化率

v. y_5 : 名目実効為替レート変化率

(c) モデル比較

i. 構造変化無しVARモデル

ii. 吸収型2状態マルコフ転換VARモデル

iii. 吸収型3状態マルコフ転換VARモデル

iv. 非吸収型2状態マルコフ転換VARモデル

(d) Gibbs-samplerによるMCMC推定

(e) 分析期間：1975年1月から2002年12月

(f) 主な結果

- i. 非吸収型2状態マルコフ転換VARモデルが最良のモデル
- ii. 金融政策レジームは2個
- iii. 96年に構造変化が起きた可能性が高い
- iv. 構造変化は恒久的な変化よりも、推移的な変化でモデル化したほうが良い
- v. 96年以前が中心の状態では、金利政策効果が大きく、貨幣ショックは需要ショックとして解釈できる
- vi. 96年以降が中心の状態では、金利政策効果は大きく低下したが、貨幣ショックは政策ショックと解釈でき、貨幣量政策効果は上昇した

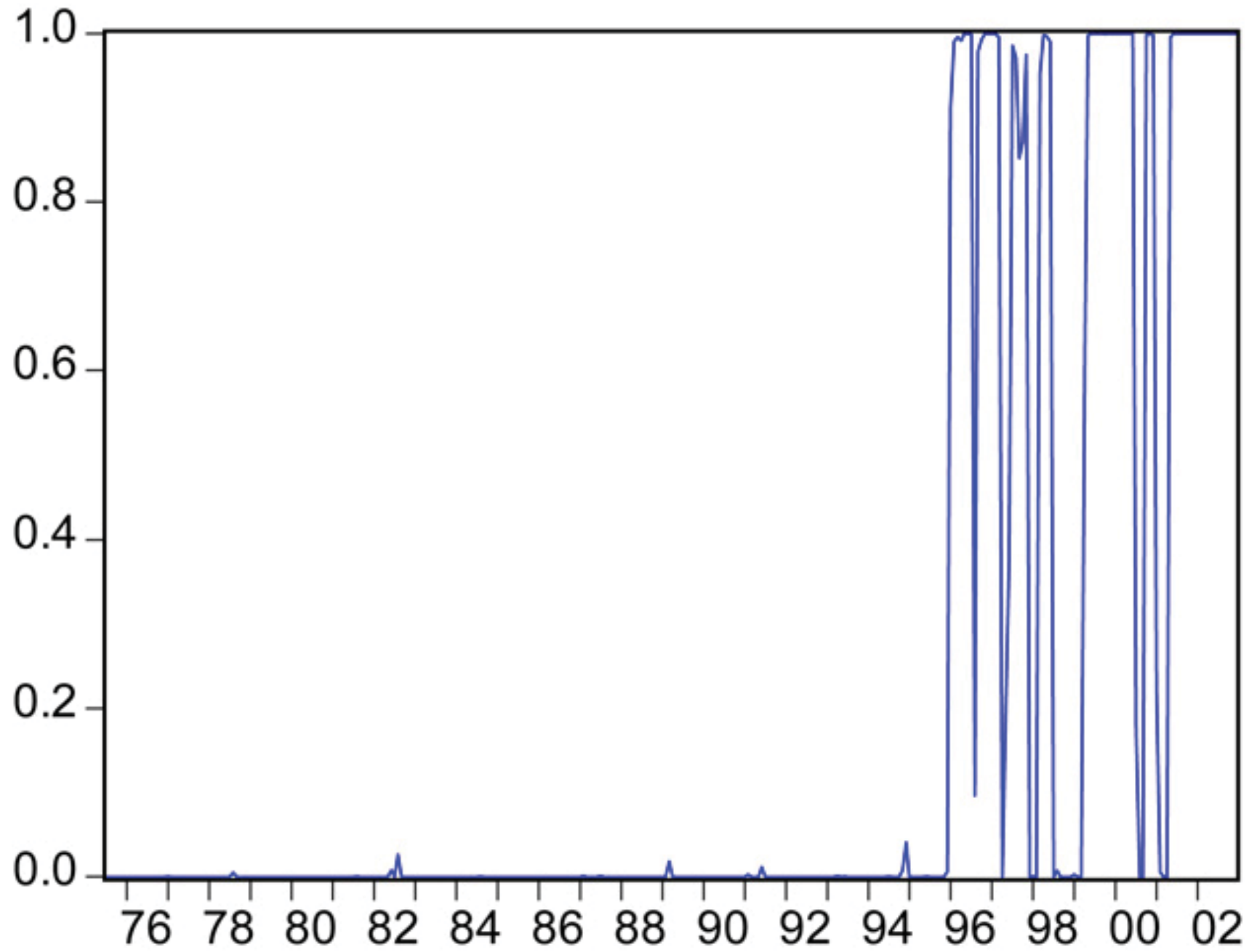
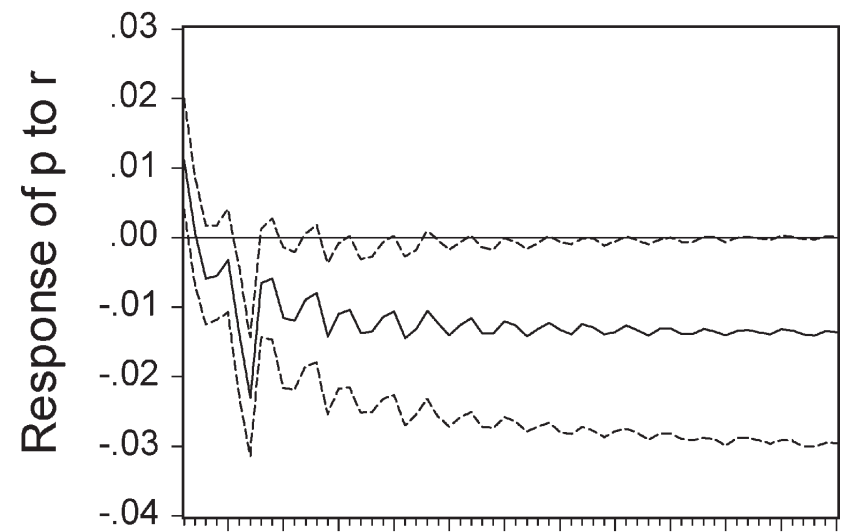
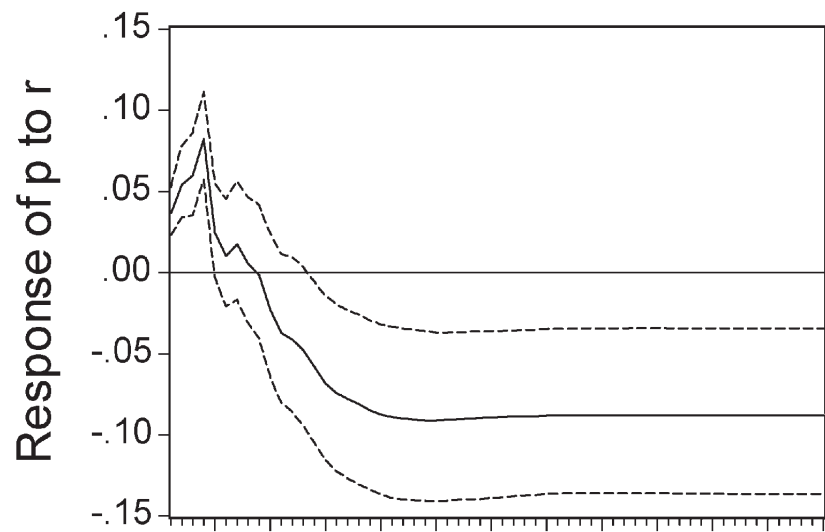
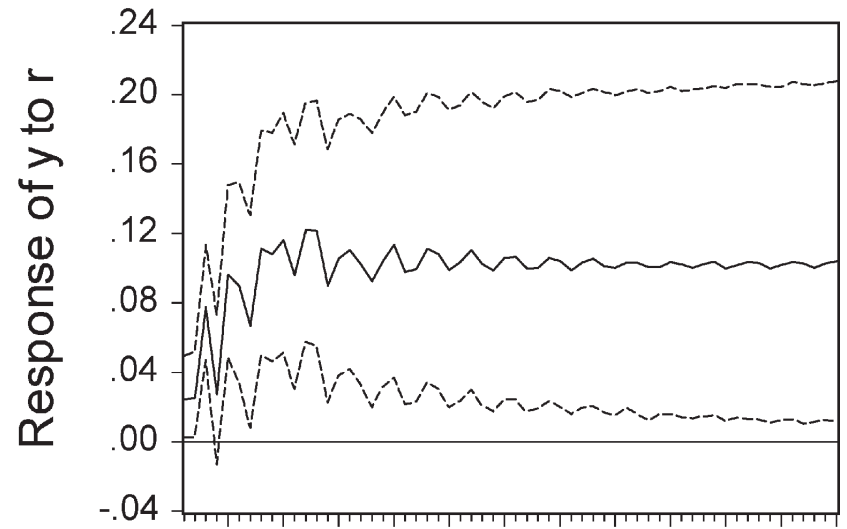
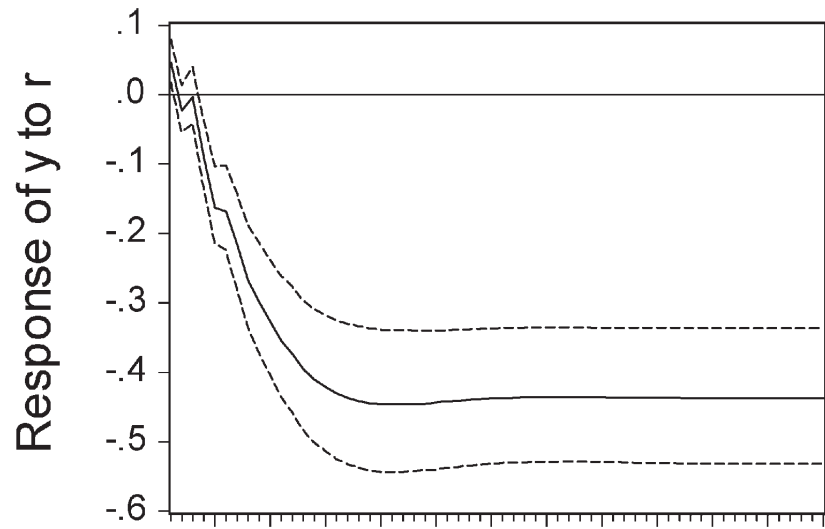
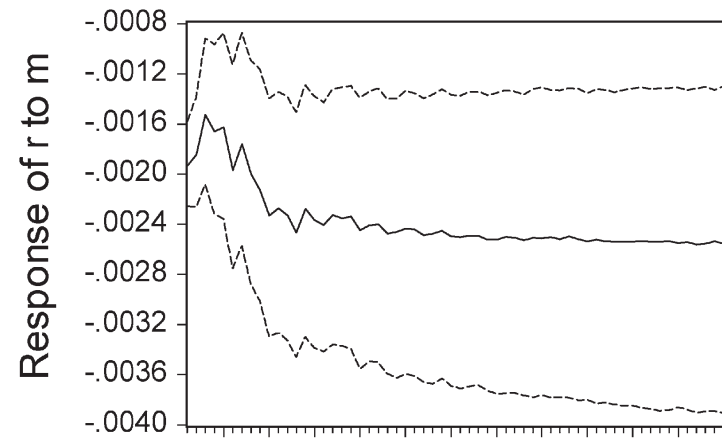
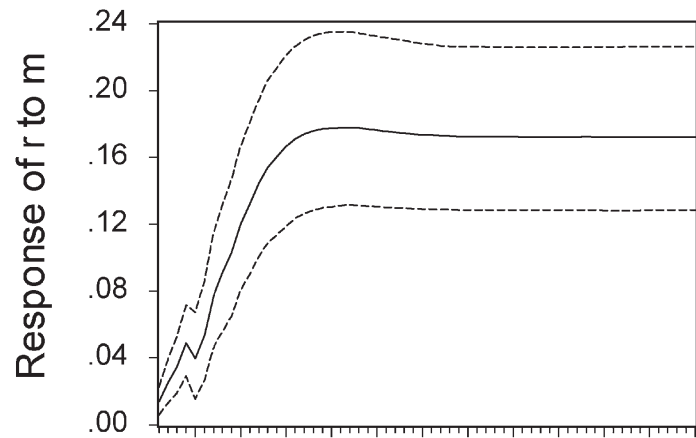
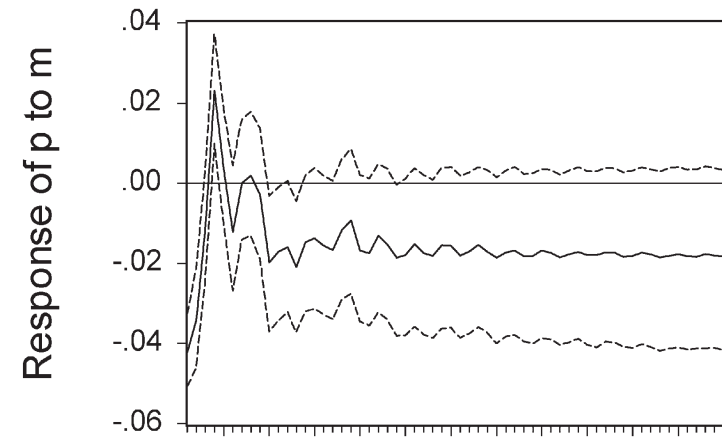
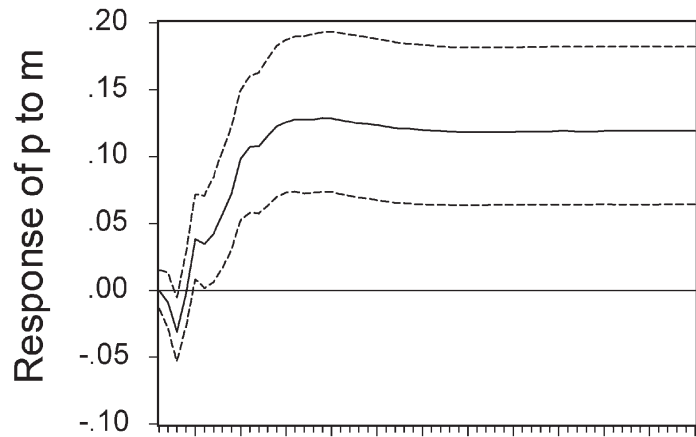
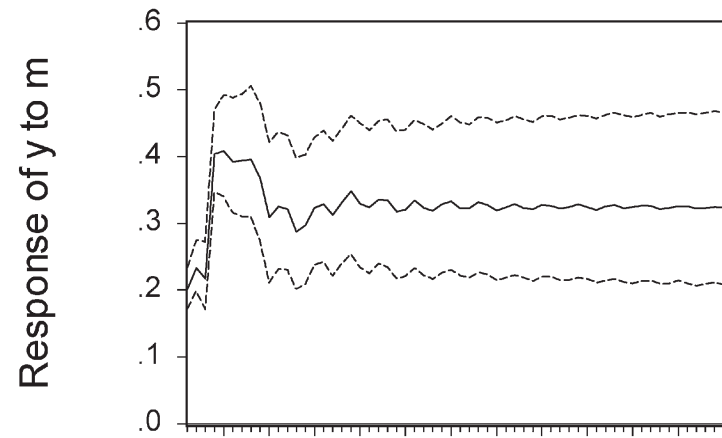
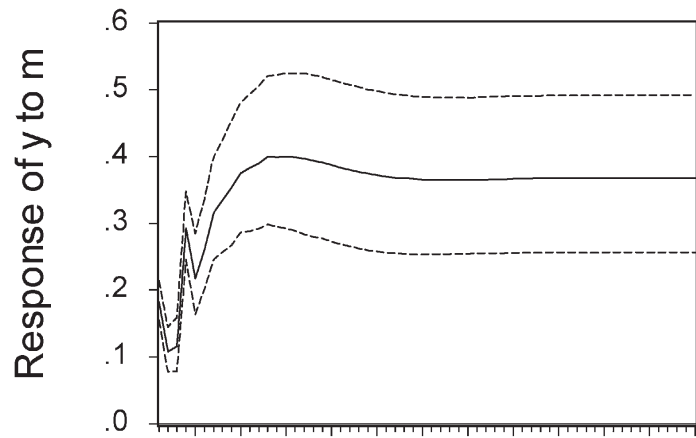


Fig. 1. Smoothed probability of State 2.





3. Doi, Hoshi, and Okimoto (2011, JJIE)

(a) 日本の政府財務の持続可能性について3つの分析を行う

(b) 分析1：財政を持続可能にするための最低税率の計算

i. 現在の33%から39%から47%に引き上げる必要

(c) 分析2：政府債務の増大と財政収支の反応分析

i. 財政が持続可能であるためには、政府債務が増大したとき、財政収支を改善する必要がある

ii. Bohn (1998)は回帰モデルをベースに持続可能性を調べた

iii. Bohn (1998)のモデルをMSモデルに拡張

$$x_t = \alpha(s_t) + \beta(s_t)b_{t-1} + \rho(s_t)x_{t-1} + \gamma_y(s_t)gap_t + \gamma_g(s_t)g_t + \sigma(s_t)u_t$$

A. x ：基礎的財政収支対GDP比

B. b ：政府債務対GDP比

C. gap ：GDPギャップ

D. g ：政府支出ギャップ

iv. 財政が持続可能であるためには、 $\beta > 0$ であることが必要

- v. Doi and Ihori (2009)のMS構造を考えないモデルによると、1965-2000年の日本の財政は持続不可能
- vi. β の値はひとつの状態では負で有意であり、もうひとつの状態では正で有意ではない
- vii. 過去30年間の日本の財政は持続不可能

(d) 分析3：財政政策関数と金融政策

- i. 財政が持続可能であるためには、政府債務が増大したとき、税収を増大させる必要がある
- ii. Davig and Leeper (2006)と同様のMS財政政策関数により分析
- iii. どちらのレジームにおいても財政政策は持続可能ではない
- iv. 金融政策レジームも分析
 - v. 金融政策はどちらのレジームも消極的
- vi. 過去30年間の積極的な財政政策は消極的な金融政策に支えられてきた可能性

4. Ang and Bekaert (2002, RFS)

(a) 国際株式市場のベア市場とブル市場をMSモデルで分析

(b) 2状態多変量正規分布(MSMVN)モデル

$$\begin{cases} \mathbf{y}_t = \boldsymbol{\mu}_1 + \mathbf{D}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_t, \boldsymbol{\varepsilon}_t \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_1) & \text{if } s_t = 1 \\ \mathbf{y}_t = \boldsymbol{\mu}_2 + \mathbf{D}_2 \boldsymbol{\varepsilon}_t, \boldsymbol{\varepsilon}_t \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_2) & \text{if } s_t = 2 \end{cases}$$

(c) 分析データ：US, UK, GEの超過株式収益率(MSCI, USドル)

(d) 分析期間：1972年1月から1997年12月(月次)

(e) 国際株式市場におけるベア市場とブル市場の存在を確認

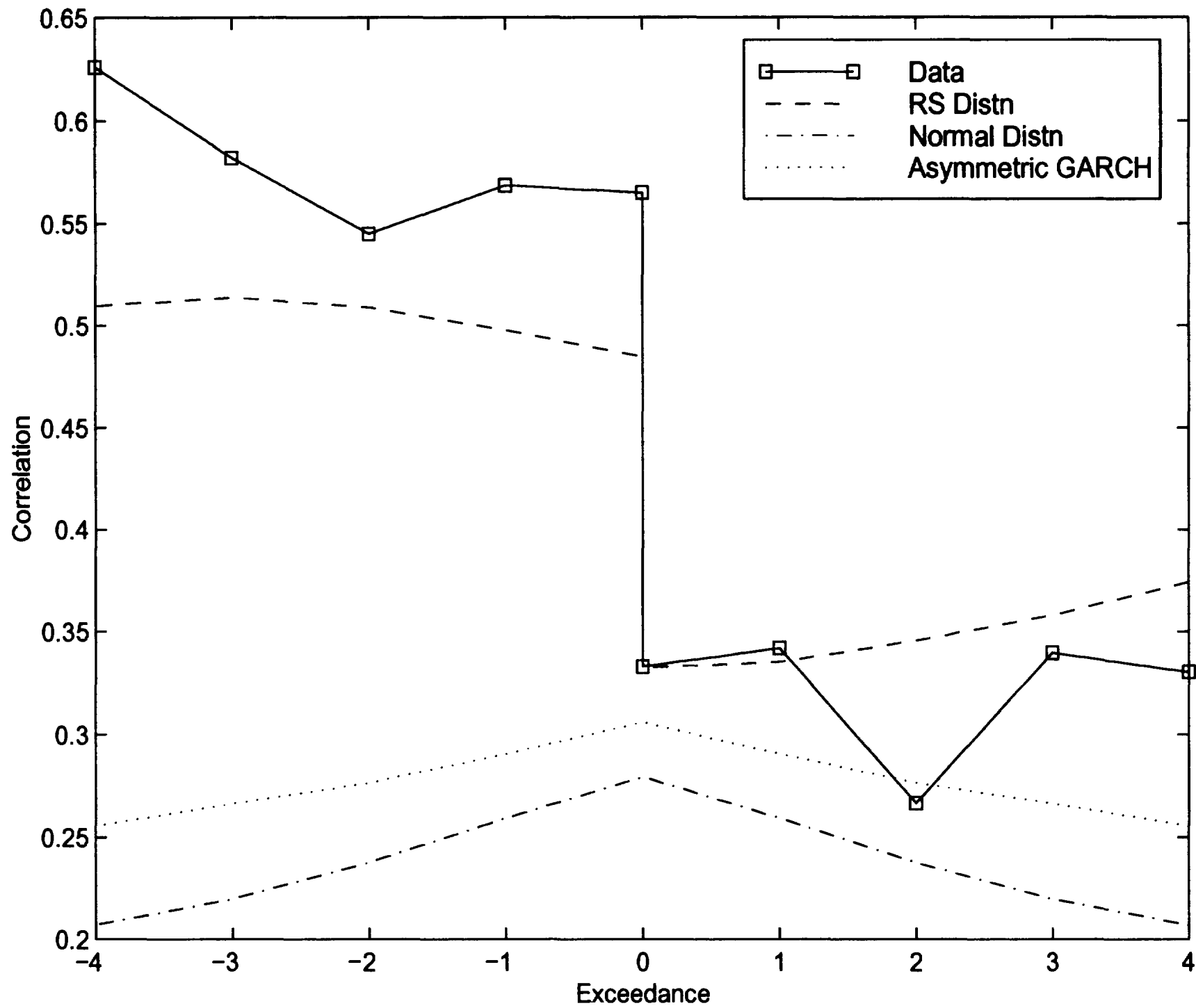
i. ベア市場：低期待収益率，高ボラティリティ，高相関

ii. ブル市場：高期待収益率，低ボラティリティ，低相関

iii. 期待収益率と相関の違いは有意ではない

(f) Longin and Solnik (2001, JF)の非対称な超過相関(AEC: asymmetric exceedance correlation)をある程度の制度で複製

US-UK Exceedance Correlations



(g) MSモデルの下での分散投資を分析

- i. 株式だけからなるポートフォリオにおいてはMSモデルの影響は小さい
- ii. リスクフリー債券をポートフォリオに組み込むと、MSモデルを無視するコストは大きい

5. Okimoto (2008, JFQA)

(a) 分析データ：G7国の株式収益率(Datastream, USドル)

(b) 分析期間：1973年1月から2003年8月(月次)

(c) Ang and Bekaert (2002)と同様にMSモデルにより国際株式市場をモデル化

(d) 2つの新たな非対称性を検証

i. コピュラとして下側により強い依存関係をもつコピュラを利用

ii. ひとつの状態には正規コピュラ, その他の状態には非対称なコピュラを用いることを提案

(e) MSACモデル

$$\begin{cases} \mathbf{y}_t = \boldsymbol{\mu}_1 + \mathbf{D}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_t, \boldsymbol{\varepsilon}_t \sim C(\Phi(y_{1t}), \Phi(y_{2t}); \delta_1) & \text{if } s_t = 1 \\ \mathbf{y}_t = \boldsymbol{\mu}_2 + \mathbf{D}_2 \boldsymbol{\varepsilon}_t, \boldsymbol{\varepsilon}_t \sim C(\Phi(y_{1t}), \Phi(y_{2t}); \delta_2) & \text{if } s_t = 2 \end{cases}$$

(f) MSSACモデル

$$\begin{cases} \mathbf{y}_t = \boldsymbol{\mu}_1 + \mathbf{D}_1 \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_1) & \text{if } s_t = 1 \\ \mathbf{y}_t = \boldsymbol{\mu}_2 + \mathbf{D}_2 \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim C(N(0, \sigma_{12}), N(0, \sigma_{22})) & \text{if } s_t = 2 \end{cases}$$

(g) MSMVN, MSAC, MSSACモデルの比較

(h) US-UK市場においてはMSSACモデルが最良のモデル

(i) Ang and Bekaert (2002)と同様のベア市場とブル市場を確認

(j) US-UK市場においてはブル市場は正規コピュラ, ベア市場は非対称なコピュラでよりよく記述することができる

(k) ブル・ベア市場の期待収益率と相関の違いも統計的に有意

(l) Longin and Solnik (2001)のAECのより良い複製

(m) MSMVNモデルを統計的に棄却

(n) ベア市場の非対称な依存関係を無視することにより, VaR(0.99)やES(0.99)を約10%過小評価する可能性

Table 6: Estimation Results of the MSSAC Models

	Copula		ρ	δ	μ_{us}	μ_{uk}	σ_{us}	σ_{uk}	Log-likelihood
Regime 1	KS	Estimate	0.754	2.473	-2.252	-1.654	8.483	12.010	-2061.75
		Std error	0.089	0.562	1.327	1.876	0.744	0.975	
Regime 2	Normal	Estimate	0.965	0.592	1.017	1.054	3.689	4.102	
		Std error	0.018	0.039	0.223	0.241	0.204	0.195	
Regime 1	Joe	Estimate	0.753	3.296	-2.330	-1.704	8.566	12.082	-2062.08
		Std error	0.099	0.537	0.910	1.027	0.698	0.942	
Regime 2	Normal	Estimate	0.966	0.592	1.016	1.053	3.694	4.106	
		Std error	0.019	0.042	0.235	0.260	0.222	0.213	
Regime 1	Gumbel	Estimate	0.753	2.263	-2.514	-1.490	7.769	11.459	-2061.33
		Std error	0.090	0.340	1.250	1.702	0.800	1.195	
Regime 2	Normal	Estimate	0.963	0.592	1.056	1.068	3.670	4.079	
		Std error	0.016	0.044	0.241	0.256	0.213	0.204	
Regime 1	Galambos	Estimate	0.754	1.554	-2.445	-1.526	7.737	11.461	-2061.13
		Std error	0.092	0.321	0.875	0.957	0.762	0.997	
Regime 2	Normal	Estimate	0.963	0.592	1.052	1.066	3.671	4.078	
		Std error	0.019	0.040	0.235	0.258	0.196	0.200	
Regime 1	HR	Estimate	0.755	2.150	-2.320	-1.613	7.710	11.483	-2060.79
		Std error	0.085	0.378	1.156	1.463	0.845	1.298	
Regime 2	Normal	Estimate	0.963	0.593	1.047	1.067	3.672	4.077	
		Std error	0.014	0.043	0.239	0.247	0.202	0.192	

Figure 4: US-UK exceedances correlations from the MSSAC models

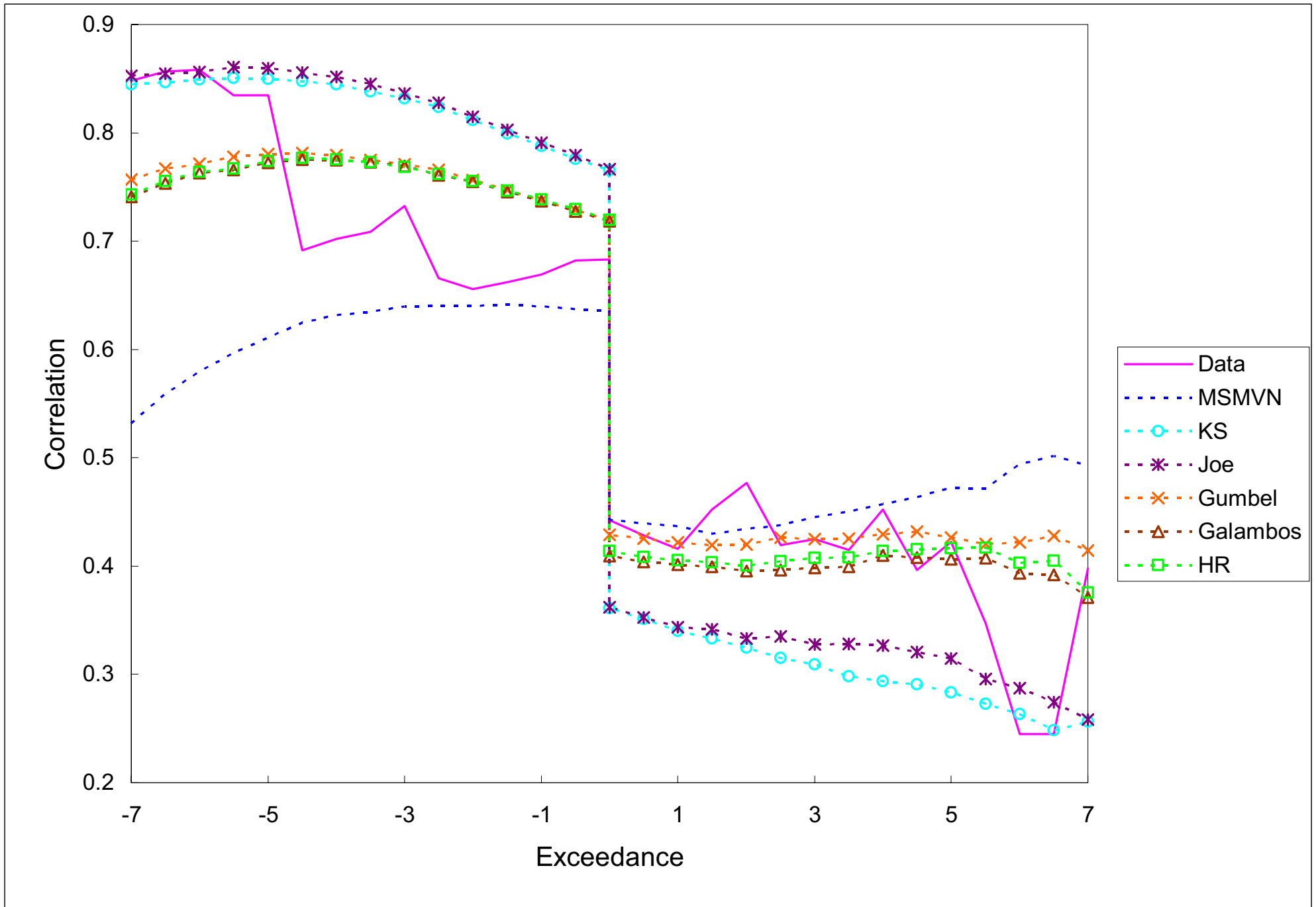


Figure 6: Contours of densities of the estimated copulas for a bear regime from the MSMVN and MSSAC model with standard normal margins

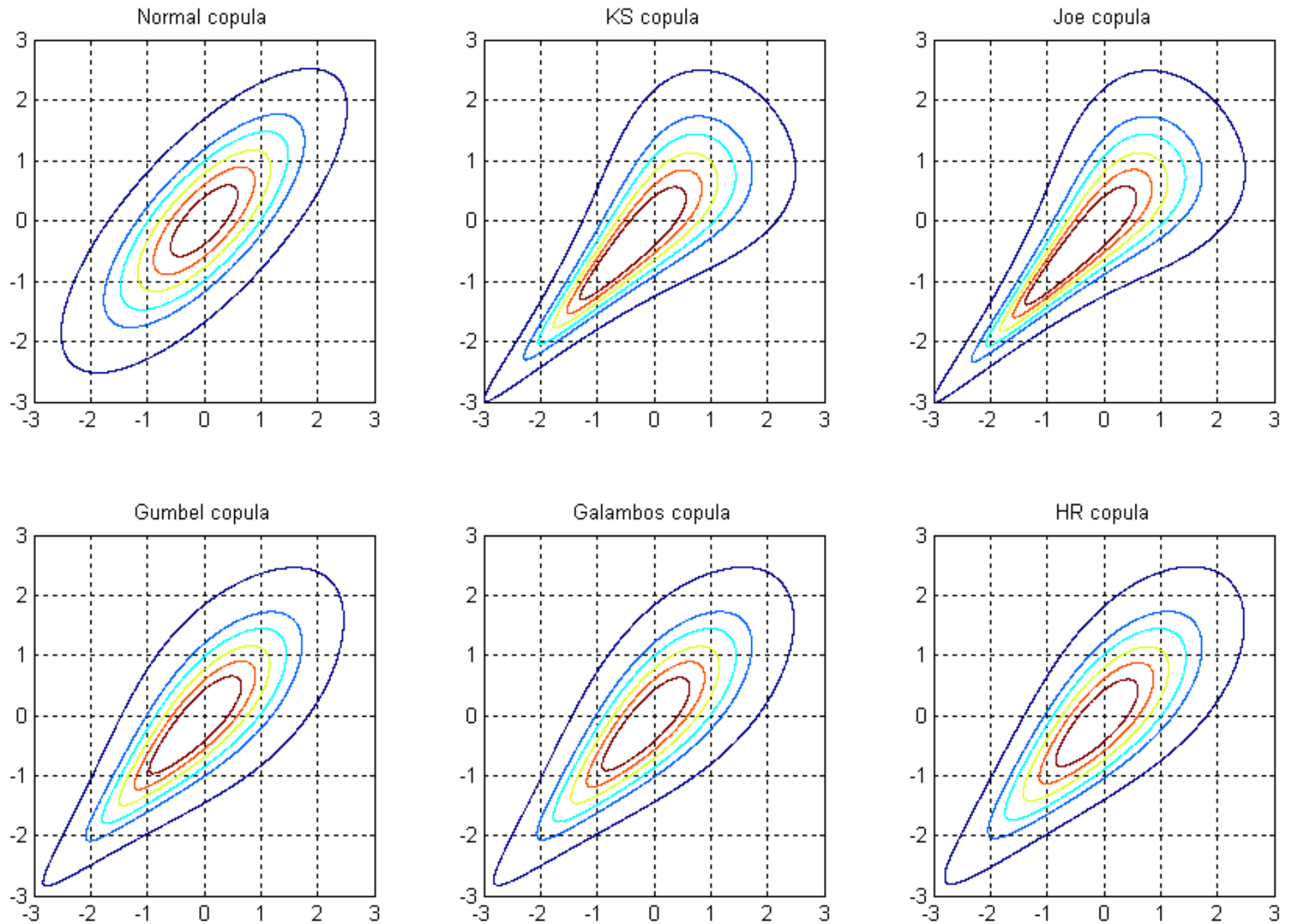
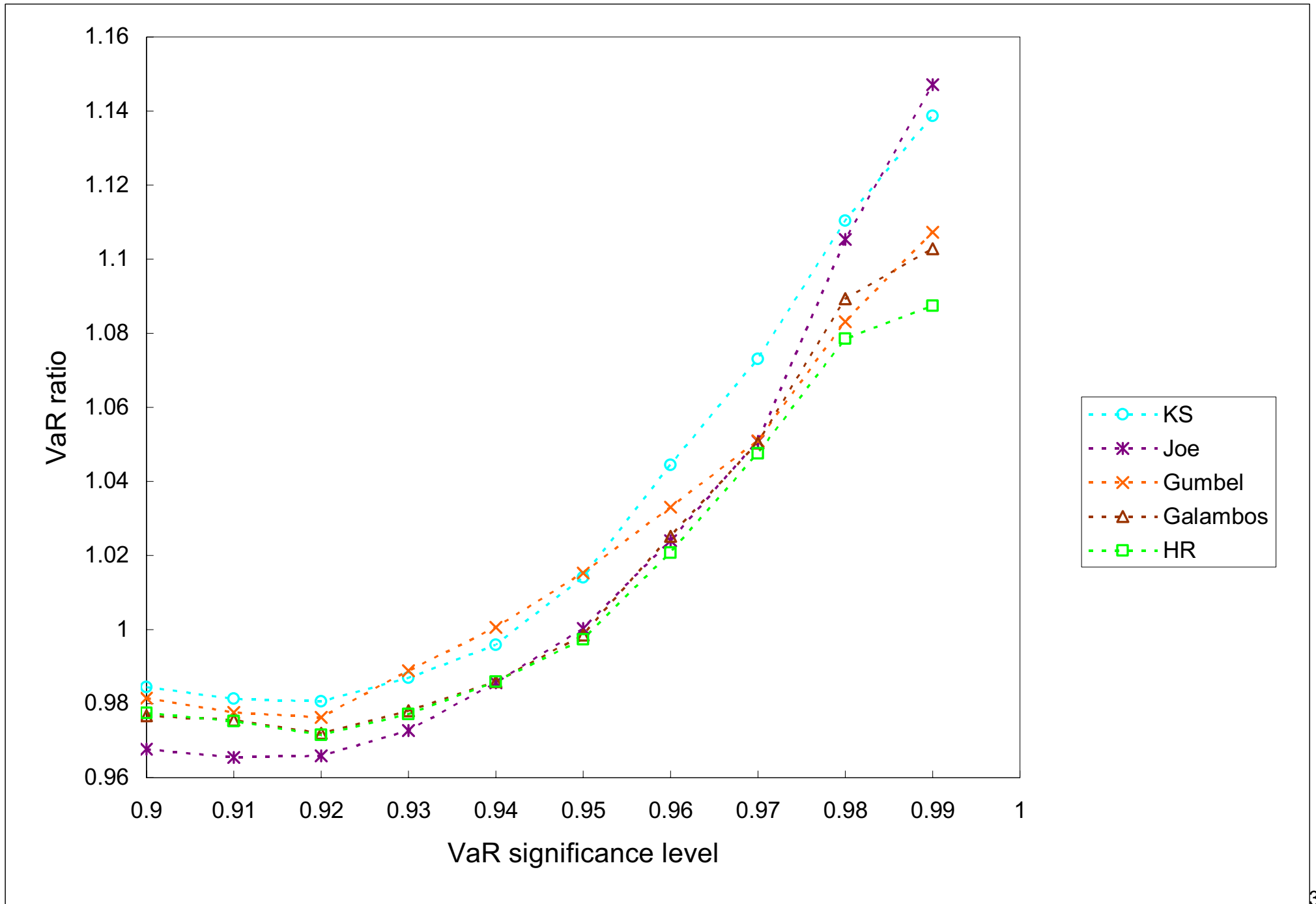


Figure 7: VaR ratios of the true model to the misspecified model



今後試してみたいこと

1. MS 予測可能性モデル

- (a) 裁定取引の存在より，常に市場に予測可能性が存在することは考えにくい
- (b) MSモデルにより，予測可能なレジームを検出できないか？
- (c) MS pair trading strategy

2. MS 分散投資

- (a) 平均分散ポートフォリオはなぜ等加重ポートフォリオに勝てないのか？
- (b) レジームスイッチングの存在？
- (c) MS 平均分散ポートフォリオ
- (d) パラメータの不確実性が高く (推定精度が悪く) なるようなレジームでは等加重ポートフォリオのほうがよくなる可能性

参考文献

- [1] Ang, A., and G. Bekaert (2002), “International Asset Allocation with Regime Shifts,” *Review of Financial Studies* 15, 1137-1187.
- [2] Bohn, H. (1998). “The Behavior of U.S. Public Debt and Deficits,” *Quarterly Journal of Economics* 113, 949-963.
- [3] Diebold, F. X., J.-H. Lee, and G. C. Weinbach (1994), “Regime Switching with Time-Varying Transition Probabilities,” in *Nonstationary Time-Series Analysis and Cointegration*, Hargreaves, C., eds. Oxford University Press, 283-302.
- [4] Doi, T., T. Hoshi, and T. Okimoto (2011). “Japanese Government Debt and Sustainability of Fiscal Policy,” *Journal of the Japanese and International Economies* 25(4), 414-433.
- [5] Doi, T., and T. Ihori (2009). “The Public Sector in Japan: Past Developments and Future Prospects.” Cheltenham, UK: Edward Elgar.
- [6] Durland, J. M., and T. H. McCurdy (1994). “Duration-Dependent Transitions in a Markov Model of U.S. GNP Growth,” *Journal of Business and Economic Statistics* 12, 279-288.

- [7] Filardo, A. J. (1994), “Business-Cycle Phases and their Transitional Dynamics,” *Journal of Business and Economic Statistics* 12, 299-308.
- [8] Hamilton, J. D. (1989), “A New Approach to the Economic Analysis of Non-stationary Time Series and the Business Cycle,” *Econometrica* 57, 357-384.
- [9] Hansen, B. (1992), “The Likelihood Ratio Test under Nonstandard Conditions: Testing the Markov Switching Model of GNP,” *Journal of Applied Econometrics* 7, S61-S82.
- [10] Hansen, B. (1996), “Inference when a Nuisance Parameter Is not Identified under the Null Hypothesis,” *Econometrica* 64, 413-430.
- [11] Inoue, T., and T. Okimoto (2008), “Were There Structural Breaks in the Effect of Japanese Monetary Policy?: Re-evaluating the Policy Effects of the Lost Decade,” *Journal of the Japanese and International Economies* 22, 320-342.
- [12] Kasahara, H., T. Okimoto, and K. Shimotsu (2013), “Modified Likelihood Ratio Test for Regime Switching, mimeo.
- [13] Kim, C.-J., and C. Nelson (1999), *State-Space Models with Regime Switching: Classical and Gibbs-Sampling Approaches with Applications*, MIT Press.
- [14] Longin, F., and B. Solnik (2001), “Extreme Correlation of International Equity Markets,” *Journal of Finance* 56(2), 649-676.

- [15] Okimoto, T. (2008), “New Evidence of Asymmetric Dependence Structures in International Equity Markets,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 43, 787-816.
- [16] Sims, C., and T. Zha (2006). “Were There Regime Switches in U.S. Monetary Policy?” *American Economic Review* 96(1), 54-81.
- [17] Smith, A., P.A. Naik, and C.-L. Tsai (2006). “Markov-Switching Model Selection using Kullback-Leibler Divergence,” *Journal of Econometrics* 134, 553-577.