

マクロ計量分析における **DSGE** モデル:  
**Minimal Econometric Interpretation** の導入と  
**New Keynesian Models** への応用

加納 隆

一橋大学大学院経済学研究科

日本経済学会春季大会チュートリアル・セッション

2013年6月23日

@富山大学

## はじめに

- ▶ 動学的確率的一般均衡 (DSGE) モデルに基づいたマクロ時系列計量分析が盛んである.
- ▶ Geweke (2010) “Complete and Incomplete Econometric Models” における DSGEs のマクロ計量モデルとしての3つの解釈
  1. Strong econometric interpretation
  2. Weak econometric interpretation
  3. Minimal econometric interpretation
- ▶ MEI の構造 VAR を用いた New Keynesian DSGE モデルへの応用を紹介.

## はじめに (続き)

- ▶ 詳細は拙論

Kano, T. and Nason, J.M., “Business cycle implications of internal consumption habit for new Keynesian models,” *Journal of Money, Credit, and Banking*, accepted for publication.

および

Kano, T. and Nason, J.M., 2012, “Appendix: Business cycle implications of internal consumption habit for new Keynesian models,” *Discussion Papers 2012-08, Graduate School of Economics, Hitotsubashi University*.

をご参照ください。

## Strong Econometric Interpretation

- ▶ いわゆる (Bayesian) likelihood approach.
- ▶ Schorfheide (2000 JAE), Dib (2003 CJE), Bouakez et al. (2005 JME), Bouakez and Kano (2006 RED), Smets and Wouters (2007 AER), Kano (2009 JIE), 日本への適用を含めその他無数 (Guerron-Quintana and Nason 2012 が最新のサーベイ).
- ▶ DSGEs はマクロ時系列データ  $\mathbf{y}$  の predictive densities  $p(\mathbf{y}|\theta_A, A)$  を提供する (complete econometric model).
- ▶ 選択されたマクロ時系列データから、DSGEs の尤度  $p(\mathbf{y}_0|\theta_A, A)$  を計算. FIML または Bayesian MCMC からパラメータを推定. Marginal likelihood でモデル評価.

## Strong Econometric Interpretation: 昔からの問題点

- ▶ Stochastic singularity problem: “... restriction of observables to a degenerate space of lower dimension”.
- ▶ Stochastic singularity(尤度がゼロ)を避けるため、説明したいマクロ時系列の数以上の外生的なショックが必要.
- ▶ 考察したい経済メカニズム自体が問題なのか、外生的ショックの特定化が問題なのか、よくわからなくなる.
- ▶ “... A strong econometric interpretation of DSGE models requires an explicit accounting for the dimensions of variation observed in the data, which are not accounted for in the model (Geweke 2010 p97)’.

## Weak Econometric Interpretation

- ▶ いわゆるカリブレーションまたは GMM や SMM などの limited information inferences.
- ▶ DSGEs は、研究者にとって興味のあるモーメント母数 (population moments) の「標本統計量」 $\mathbf{z} = f(\mathbf{y})$  にしかインプリケーションを持たない (Kydland and Prescott 1996).
- ▶ モーメント母数の「標本統計量」をマクロ時系列データから計算  $\mathbf{z}_0 = f(\mathbf{y}_0)$ . 構造パラメーターをカリブレートとして DSGEs から同じ標本統計量の分布  $p(\mathbf{z}|\theta_A, A)$  をシミュレート.
- ▶ Empirical な  $\mathbf{z}_0$  と theoretical な標本統計量の分布  $p(\mathbf{z}|\theta_A, A)$  の間の距離を計り、近いほど良いモデルと評価 (Gregory and Smith 1991 JBES). またはこの距離を最小化するようにパラメーターを推定 (Christiano and Eigenbaum 1992 AER).

## Weak Econometric Interpretation: 隠れた問題点

- ▶ 選択された標本統計量  $\mathbf{z}$  のデータ上の分布（つまり  $\mathbf{z}$  のサンプリング不確実性）は考慮しない.
- ▶ 標本統計量  $\mathbf{z}$  のモデルの分布  $p(\mathbf{z}|\theta_A, A)$  は、より高次のモーメント母数に通常依存している (例えば標本平均の分布は母分散の関数).
- ▶ しかしこの高次の母数を説明するようにモデルは意図されていない.
- ▶ つまりモデルの評価が、モデルが説明を意図していないデータの統計的性質に依拠.
- ▶ 結局 strong interpretation と同じ: モデルは観察されるデータの全ての側面 (predictive densities) を説明する事を求められている.

## Minimal Econometric Interpretation

- ▶ DeJong et al. (1996 JBES), Geweke (2010), Nason and Rogers (2006 JIE), DeJong and Dave (2011), Canova (2007)
- ▶ DSGE モデルは観察できるデータ  $\mathbf{y}$  自体またはその変換 (標本統計量  $\mathbf{z} = f(\mathbf{y})$ ) には何らインプリケーションを持たない (データの predictive densities を持たないという意味で incomplete econometric models).
- ▶ DSGE モデルはデータの「母数」 $\mathbf{m} = E(\mathbf{z}|\theta_A, A)$  にしかインプリケーションを持たない (すなわち母平均とか母分散とか).
- ▶ DSGE モデルの役割は、母数  $m$  の事前分布  $p(\mathbf{m}|A) = \int p(\mathbf{m}|\theta_A, A)p(\theta_A|A)d\theta_A$  を提供することだけ.



## Minimal Econometric Interpretation (続き)

- ▶ 母数  $\mathbf{m}$  をデータ  $\mathbf{y}_0$  とリンクさせ, 母数  $\mathbf{m}$  の分布をモデルの評価で考慮する.
- ▶ Atheoretical econometric model  $E$  を用いて母数の事後分布  $p(\mathbf{m}|\mathbf{y}, E) = \int p(\mathbf{m}|\theta_E, \mathbf{y}, E)p(\theta_E|\mathbf{y}, E)d\theta_E$  を推定.
- ▶ Atheoretical model としては Bayesian vector autoregressions (VARs) が良く使われる.
- ▶ Empirical distribution  $p(\mathbf{m}|\mathbf{y}, E)$  と theoretical distribution  $p(\mathbf{m}|A)$  を比較. オーバーラップ  $\int p(\mathbf{m}|A)p(\mathbf{m}|\mathbf{y}_0, E)d\mathbf{m}$  の程度が大きいほど良いフィット.
- ▶ 理論的背景については Geweke(2010) を参照.

## New Keynesian DSGE モデルへの MEI の応用

- ▶ NKDSGE モデルで説明したいモーメント：生産量  $Y_t$  と消費  $C_t$  の恒久的な技術ショックと一時的な貨幣的ショックのそれぞれに対するインパルス応答関数.
- ▶ 生産量  $Y_t$  と消費  $C_t$  は HP や BP などのアドホックで機械的なフィルターで事前にトレンド除去をしない. (cf. Cogley and Nason 1995, JEDC)

## New Keynesian DSGE モデルへの MEI の応用 (続き)

- ▶ 重要な論点：インパルス応答関数は景気循環要因（1 周期 2 年から 8 年）だけでなく恒久的なトレンド要因やより高周波数領域の情報も含んでいる。
- ▶トレンド要因や高周波領域の情報で景気循環モデルを評価して良いのか？
- ▶インパルス応答関数の情報から景気循環要因だけを抽出し景気循環モデルを評価することがフェア (Diebold et al. 1998 REStud).
- ▶インパルス応答関数を周波数領域へ変換し、1 周期 2 年から 8 年までの周波数領域の情報だけを使って NKDSGE を評価する (インパルス応答関数のスペクトラル密度関数の導出).

## 消費の習慣形成の景気循環領域における役割

- ▶ 例：インパルス応答関数における消費の習慣形成の影響
- ▶ 消費の習慣形成は、生産や消費の金融政策ショックに対する理論的なインパルス応答関数のデータへのフィットを改善させる (Christiano et al. 2005 JPE, Bouakez et al. 2005 JME).
- ▶ このゲインは景気循環領域でのフィットを改善させるからか、それともより高周波領域でのフィットを改善させるからか？ (Otrok et al. 2002 JME).

## 構造的 VAR によるインパルス応答関数の識別

- ▶  $\Delta \ln Y_t$ : 産出量成長率
- ▶  $\Delta \ln C_t$ : 実質非耐久消費財+サービスの成長率
- ▶  $\Delta \ln P_t$ : CPI インフレ率
- ▶ 2つの情報集合を考える  $X_t = [\Delta \ln Y_t \ \Delta \ln P_t]'$  または  $[\Delta \ln C_t \ \Delta \ln P_t]'$
- ▶ Bivariate VAR(p) を atheoretical econometric model  $E$  とする.

$$X_t = c + A_1 X_{t-1} + A_2 X_{t-2} + \cdots + A_p X_{t-p} + v_t.$$

- ▶ Blanchard and Quah (1989 AER) の長期制約による恒久的ショック (技術ショック)  $\epsilon_t$  と一時的ショック (金融政策ショック)  $v_t$  の識別.

## インパルス応答関数のスペクトラル密度関数の推定

- ▶ 反転させた構造的 VMA( $\infty$ )

$$\begin{bmatrix} \Delta \ln Y_t \\ \Delta \ln P_t \end{bmatrix} = \sum_{j=0}^{\infty} B_j \begin{bmatrix} \epsilon_{t-j} \\ \nu_{t-j} \end{bmatrix}, \quad \text{where} \quad \begin{bmatrix} B_{\Delta Y, \epsilon, j} & B_{\Delta Y, \nu, j} \\ B_{\Delta P, \epsilon, j} & B_{\Delta P, \nu, j} \end{bmatrix}.$$

- ▶ 成長率  $\Delta \ln Y$  のショック  $k$  に対する周期  $\omega$  におけるスペクトラル密度関数のパラメトリックな推定量

$$SD_{\Delta Y, k}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left| B_{\Delta Y, k, 0} + B_{\Delta Y, k, 1} e^{-i\omega} + B_{\Delta Y, k, 2} e^{-i2\omega} + \dots + B_{\Delta Y, i, j} e^{-ij\omega} + \dots \right|^2$$

where  $k = \epsilon, \nu$ .

## スペクトラル密度関数の事後分布の導出

- ▶ US 季調四半期データ: 1954Q1-2002Q4:  $\mathbf{y}_0 = \{X_j\}_{j=1}^T$ .
  - 1. BVAR (normal-inverted Wishart sampler from Geweke's BACC) による VAR パラメーターの事後分布からのドロウ.
  - 2. VAR パラメーターの事後分布からの各ドロウに対して BQ 分解を適用し SVMA( $\infty$ ) をドロウ.
  - 3. 各 SVMA( $\infty$ ) のドロウからスペクトラル密度関数  $SD_{\Delta Y, k}(\omega)$  をドロウ.
  - 4. 以上繰り返し.
- 
- ▶ 結果として  $p(\mathbf{m}|\mathbf{y}_0, E)$  を得る.

## New Keynesian DSGE モデル

- ▶ Christiano, et al. (2005, JPE)
  - ▶ 内部化された消費の習慣形成
  - ▶ 投資の調整費用
  - ▶ 資本の稼働率
  - ▶ 独占的競争企業の Calvo 型硬直価格
  - ▶ 独占的労働供給主体の Calvo 型硬直賃金
  - ▶ 確率トレンドがある労働中立的技術ショック  $\epsilon_t$
  - ▶ テーラールールに基づいた金融政策  $v_t$



## スペクトラル密度関数の事前分布の導出

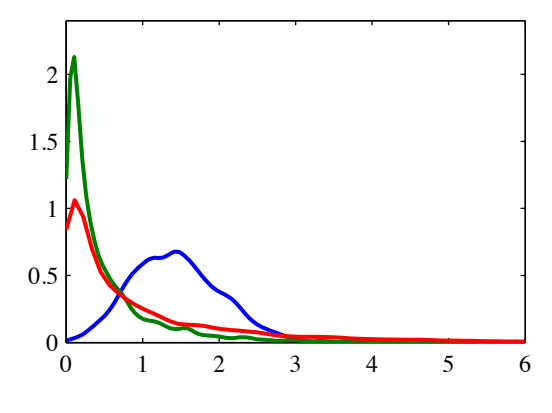
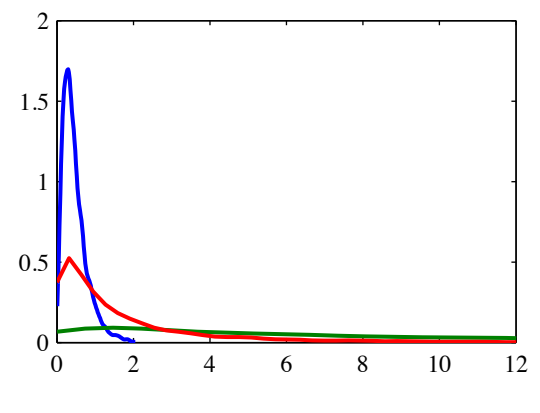
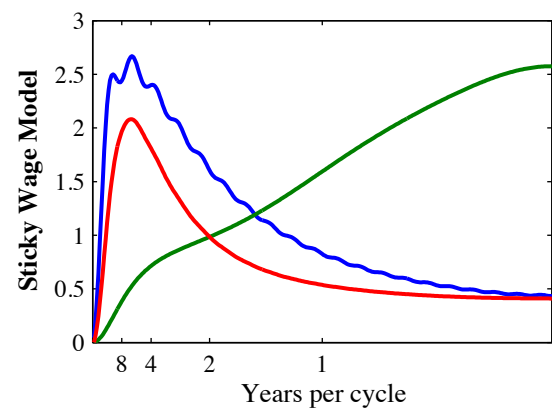
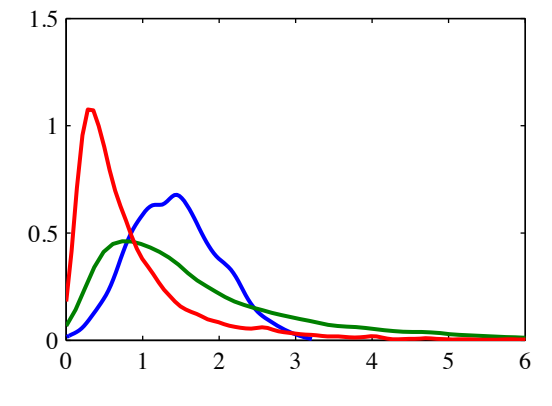
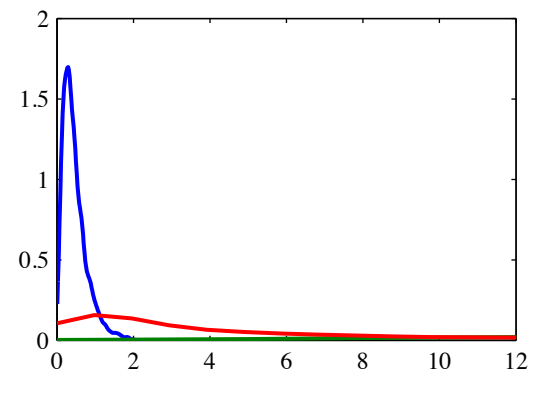
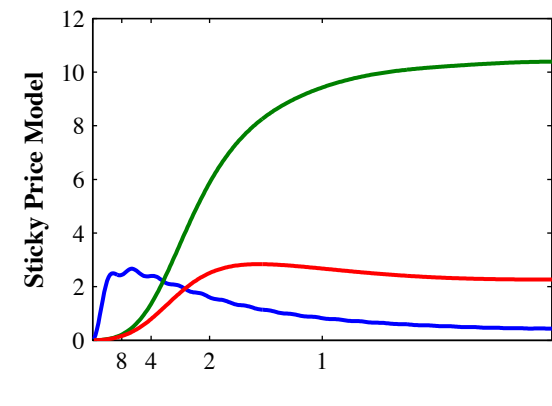
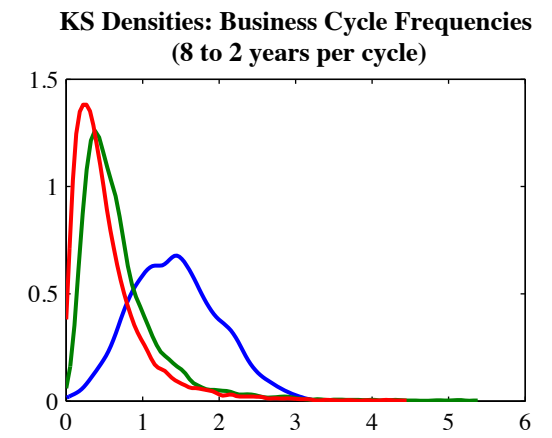
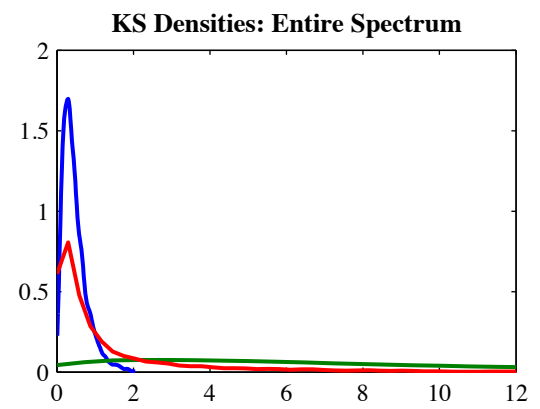
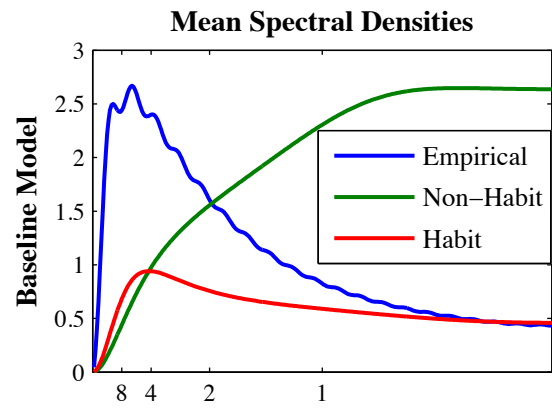
- ▶ DSGE モデルの必要条件から確率的にトレンド除去し, 均斉成長経路上で必要条件を記述.
- ▶ 均斉成長経路の定常解の近傍で対数線形近似.
- ▶ 得られた線形合理的期待均衡モデルの一意解から 均衡における内生変数の遷移式を導出.
  1. DSGE パラメーター  $\theta_A$  を事前分布  $p(\theta_A|A)$  からドロウ.
  2. 均衡遷移式にショック  $\epsilon_t$  と  $v_t$  を与え, 人工的なデータ  $\{X_j^*\}_{j=1}^M$  を生成.
  3. この人工データ  $\{X_j^*\}_{j=1}^M$  を使って VAR を推定し, スペクトラル密度関数の推定量  $SD_{\Delta Y, k}(\omega)$  を計算.
  4.  $M$  はスペクトラル密度関数推定量が DSGE の population に一致するよう十分な長さを取る.
  5. 以上繰り返し.
- ▶ 結果として事前分布  $p(\mathbf{m}|A)$  を得る.

## 評価方法

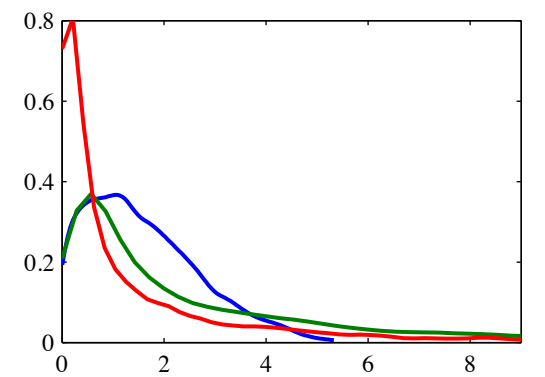
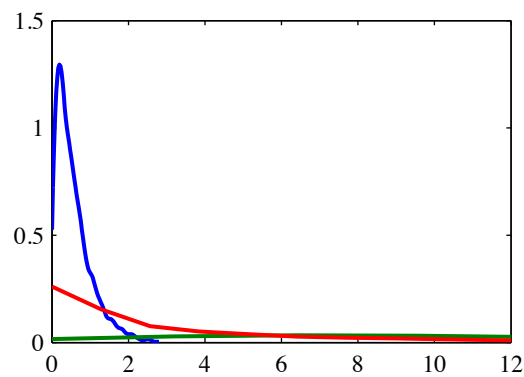
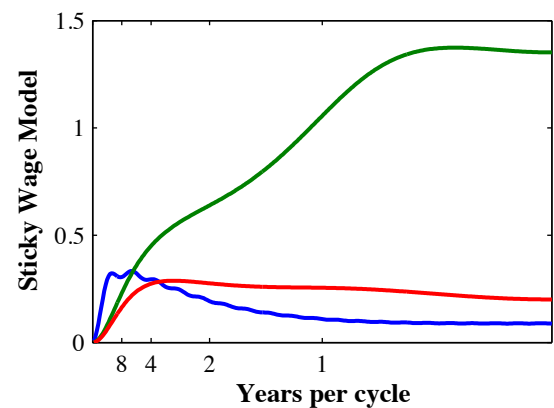
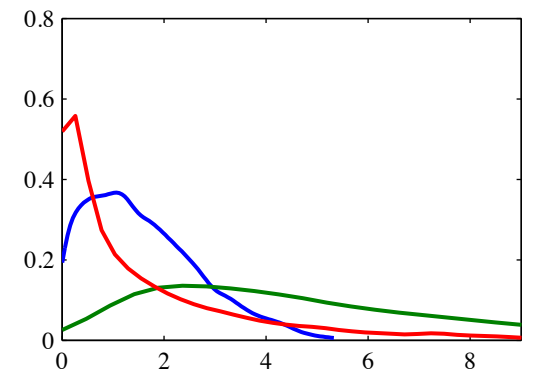
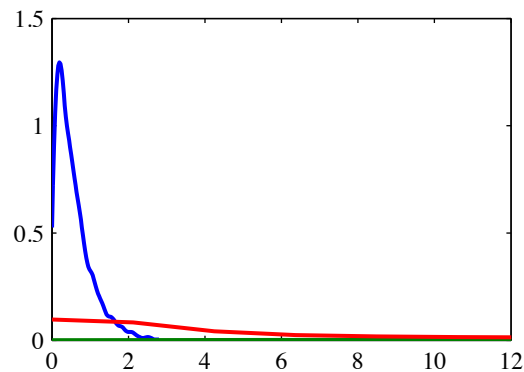
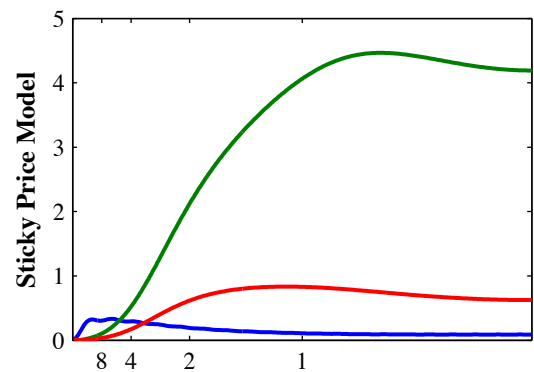
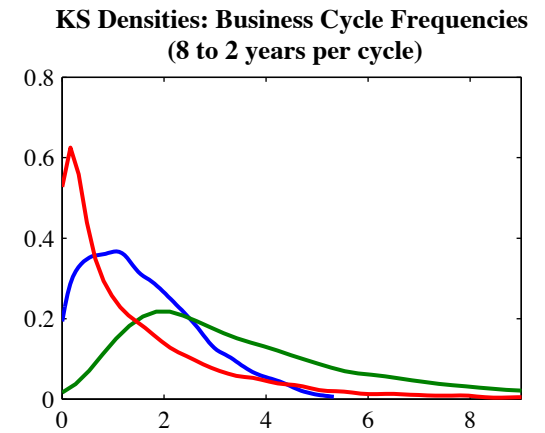
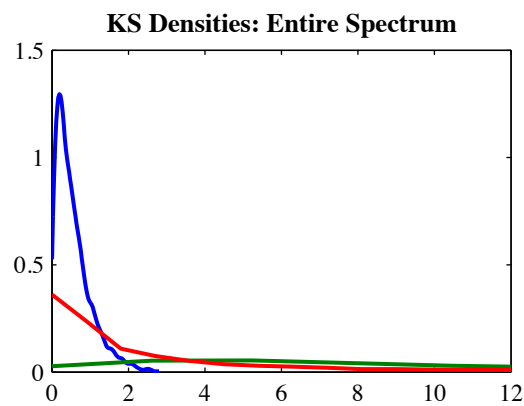
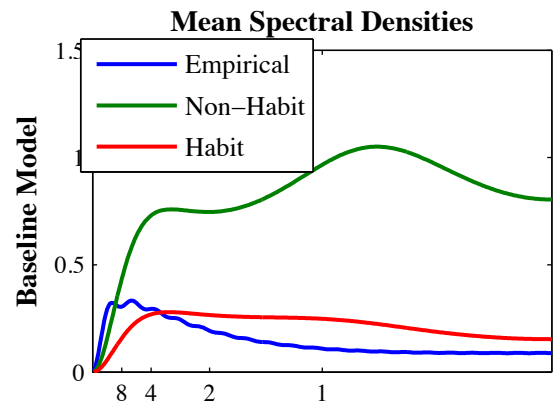
1. スペクトラル密度関数の事後分布  $p(\mathbf{m}|\mathbf{y}, E)$  と事前分布  $p(\mathbf{m}|A)$  の平均を各周波数においてプロット.
2. 特定の周波数領域内 (全周波数領域  $[0, \pi]$  か景気循環領域  $[8, 2]$ ) での密度関数の joint statistic を計算. 理論的な事前分布が実証的な事後分布をどれだけオーバーラップしているか確認.
  - ▶ コルゴモロフ・スミルノフ (KS) 統計量 (Cogley and Nason 1995 JEDC).
  - ▶ オーバーラップの測度には credible interval criteria (CIC) を使用. オーバーラップが良くなるほど 1 に近づく.
  - ▶ DeJong et al. (1996 JBES) に倣い,  $CIC > 0.3$  を good fit とする.

## 結果

- ▶ 消費の習慣形成は成長率のインパルス応答関数のスペクトラルを全周波数領域において押下げることによりデータへのフィットを改善.
- ▶ しかしこのモデルの改善は特に高周波数領域に集中.
- ▶ 価格と賃金の硬直性の特定化に依存.
- ▶ 消費の習慣形成の景気循環プロパゲーションとしての役割は未だ不明瞭.



産出量成長率の金融政策ショックに対するインパルス応答関数：スペクトラル密度関数とKS統計量分布



消費成長率の金融政策ショックに対するインパルス応答関数：スペクトラル密度関数とKS統計量分布

Table : KS 統計量の CICs

|          |   | $\Delta Y$ w/r/t |       | $\Delta C$ w/r/t |       |
|----------|---|------------------|-------|------------------|-------|
|          |   | 金融政策ショック         |       | 金融政策ショック         |       |
| Baseline |   | [0, $\pi$ ]      | [8,2] | [0, $\pi$ ]      | [8,2] |
| 習慣形成     | 無 | 0.12             | 0.71  | 0.08             | 0.68  |
| 習慣形成     | 有 | 0.64             | 0.51  | 0.53             | 0.85  |
| 価格の硬直性のみ |   |                  |       |                  |       |
| 習慣形成     | 無 | 0.00             | 0.76  | 0.00             | 0.49  |
| 習慣形成     | 有 | 0.29             | 0.65  | 0.33             | 0.76  |
| 賃金の硬直性のみ |   |                  |       |                  |       |
| 習慣形成     | 無 | 0.21             | 0.37  | 0.02             | 0.81  |
| 習慣形成     | 有 | 0.55             | 0.45  | 0.44             | 0.77  |

## まとめ

- ▶ DSGE モデルを complete econometric model と考えて計量分析を行うのは未解決な問題を含んでいる.
- ▶ 通常のカリブレーションの問題点はターゲットとなるモーメント母数の標本統計量の分布を無視し、またその分布がモデルが説明を意図していないより高次のモーメントに依存していること.
- ▶ DSGE モデルを incomplete structural econometric model と考えモデル評価することの論理的妥当性とその実施.
- ▶ NKMBBC における景気循環メカニズムとしての消費の習慣形成の評価.

## 課題

- ▶ MEI のフレームワークにおける、DSGE モデルの構造パラメーターのアップデート
- ▶ ヒント?
  - ▶ DSGE-VARs (Del Negro and Schorheide 2004 IER): DSGE モデルは VAR のパラメーター空間への事前分布を提供. DSGE モデルの構造パラメーターも同時にアップデート.
  - ▶ より一般的なモーメント?
  - ▶ Bayesian empirical likelihood (モーメント条件のみからの尤度計算) など information theoretic approach の応用の可能性?